

1.1 Построение и анализ производственной функции строительного предприятия

Данный раздел работы предполагает построение производственной функции строительного предприятия исходя из следующих данных по выборкам за ряд периодов:

Y - индекс производства;

K - индекс основного капитала;

L - индекс труда.

Например, в табл. 1 имеются следующие исходные данные.

Таблица 1. Исходные данные

Год	Y	K	L
1	10,11	3,45	6,17
2	13,65	3,48	7,55
3	13,75	3,06	6,93
4	11,64	3,66	6,55
5	12,87	3,79	6,71
6	12,43	3,85	7,73
7	14,33	3,44	7,43
8	15,26	4,08	7,55
9	15,90	4,50	7,60
10	18,21	4,31	6,88
11	13,22	3,57	6,50
12	13,45	3,55	4,37
13	12,22	4,61	6,82
14	12,00	3,99	7,33
15	13,07	4,78	6,10

Решение:

Статистический анализ

Статистический анализ данных по выборкам (меню: «Сервис», «Анализ данных», «Описательная статистика»). Целью данного этапа является проверка выборки на однородность с тем, чтобы на последующих этапах на основании имеющихся данных составить регрессионное уравнение зависимости Y от K и L.

Числовые характеристики выборок определяются при помощи пункта меню «Сервис», «Анализ данных», «Описательная статистика» системы

электронных таблиц Excel. (в Excel 2007 пункт «Анализ данных» находится во вкладке «Данные». При отсутствии «Анализа данных» следует нажать кнопку «Офис» в левом верхнем углу, выбрать «Параметры Excel», далее «Настройки», «Пакет анализа - VBA» (рис.1)

Примечание: при расчетах в Excel десятичные знаки отделяются не точкой, а запятой!

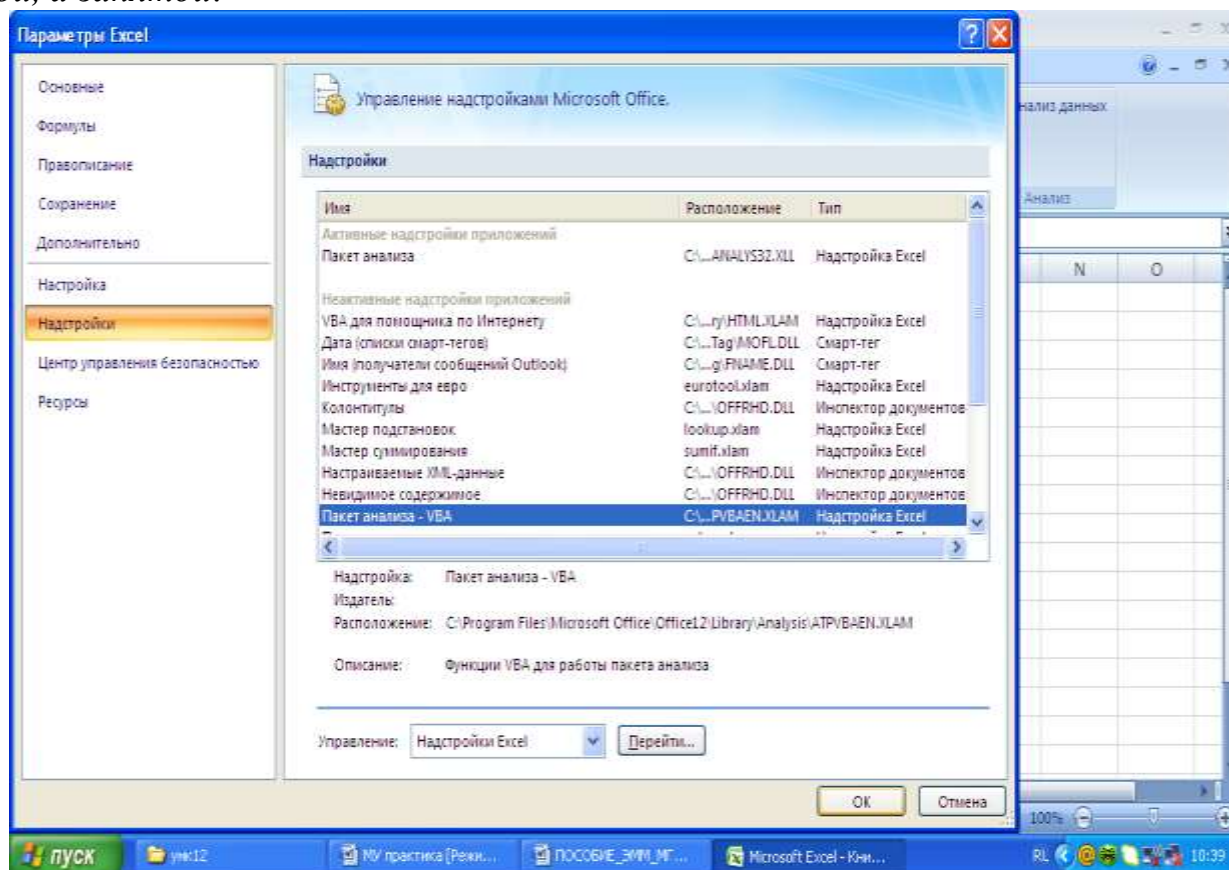


Рис.1. Установка инструмента «Анализ данных» при необходимости

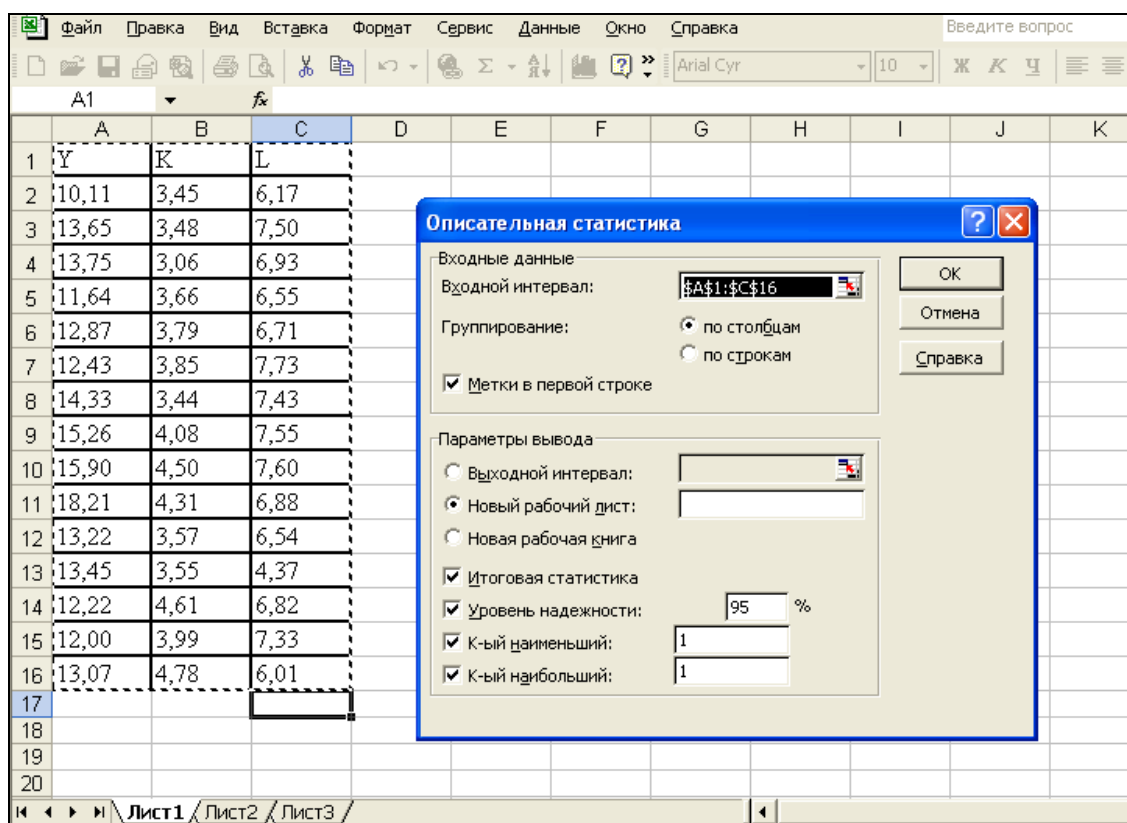


Рис. 2 – Исходные данные для выполнения статистического анализа данных

Из полученных данных выбираем характеристики выборок, представленные в табл. 2.

Таблица 2. Статистический анализ данных

Характеристики	Y	K	L
Среднее	13,47	3,87	6,81
Min	10,11	3,06	4,37
Max	18,21	4,78	7,73
Медиана	13,22	3,79	6,88
Дисперсия	3,74	0,24	0,74
Стандартное отклонение	1,94	0,49	0,86

По результатам проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

- *Стандартные отклонения* выборок исходных данных по сравнению со значениями самих данных невелики, то есть разброс точек в выборках невелик. Среднеквадратическое отклонение и дисперсия оценивают каждую выборку с точки зрения разброса данных относительно средневыворочного значения. Если эти показатели велики, то следует исключить из соответствующих выборок пиковые (максимальные и/или минимальные) значения;

- Отклонения максимальных и минимальных значений выборок от соответствующих медиан и среднего значения также невелики. Это означает, что точки выборок расположены достаточно плотно.

Представленная выборка достаточно однородна. Следовательно, на ее основании можно проводить дальнейший корреляционно-регрессионный анализ.

Корреляционный анализ данных

Корреляционный анализ позволяет сделать вывод о силе взаимосвязи между парами данных. Для проведения корреляционного анализа необходимо рассчитать коэффициент корреляции, коэффициент Пирсона и Ф-тест.

Коэффициентом корреляции (r) характеризует тесноту связи. Коэффициент корреляции лежит в пределах $-1 < r < 1$. В случае если $r=0$, связи нет. Если $|r|=1$, то между двумя величинами существует сильная функциональная связь. При положительном r наблюдается прямая связь, т.е. с увеличением независимой переменной - x увеличивается зависимая - y . При отрицательном коэффициенте существует обратная связь, с увеличением независимой переменной зависимая переменная уменьшается. Связь считается сильной при $|r| > 0,70$, средней при $0,50 < |r| < 0,69$, умеренной при $0,30 < |r| < 0,49$, слабой при $0,20 < |r| < 0,29$, очень слабой при $|r| < 0,19$.

Для определения тесноты связи между изучаемыми показателями в Excel используется функция «Корреляция» пункта меню: «Сервис», «Анализ данных».

Окно исходных данных корреляционного анализа представлено на рисунке 3.

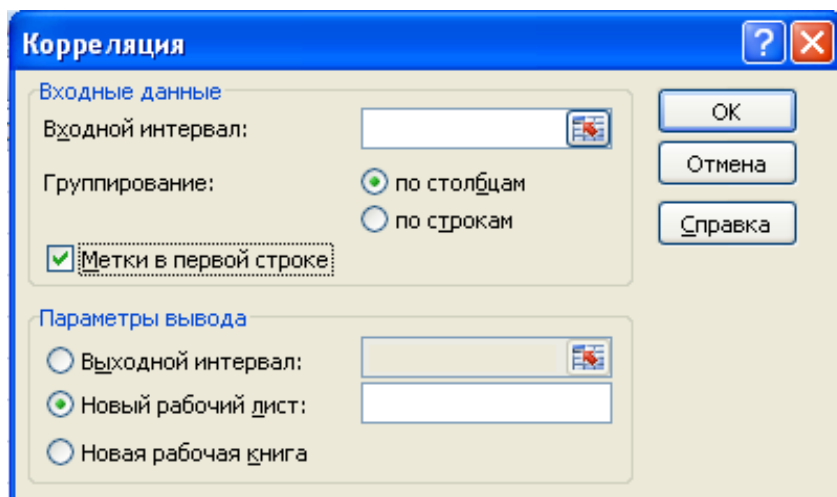


Рис. 3. - Исходные данные корреляционного анализа

Результаты обработки исходных данных приведены в таблице 3.

Таблица 3. Расчет коэффициента корреляции

	Y	K	L
Y	1,000		
K	0,280	1,000	
L	0,240	0,095	1,000

Коэффициент парной корреляции Y и K равен 0,28, что говорит о наличии слабой корреляционной зависимости этих выборок. Корреляция между Y и L также достаточно слабая, поскольку их коэффициент парной корреляции равен 0,24.

На основе безразмерных *коэффициентов Пирсона* оценивается степень линейной зависимости между двумя множествами данных (выборками). Иными словами, коэффициенты Пирсона позволяют сделать вывод о целесообразности использования линейной формы регрессионной взаимосвязи между результирующим и факторными показателями.

Определить численное значение коэффициента Пирсона можно с помощью функции «ПИРСОН» в разделе «Функции» «Статистические» (вкладка «Формулы», «Добавить функцию»).

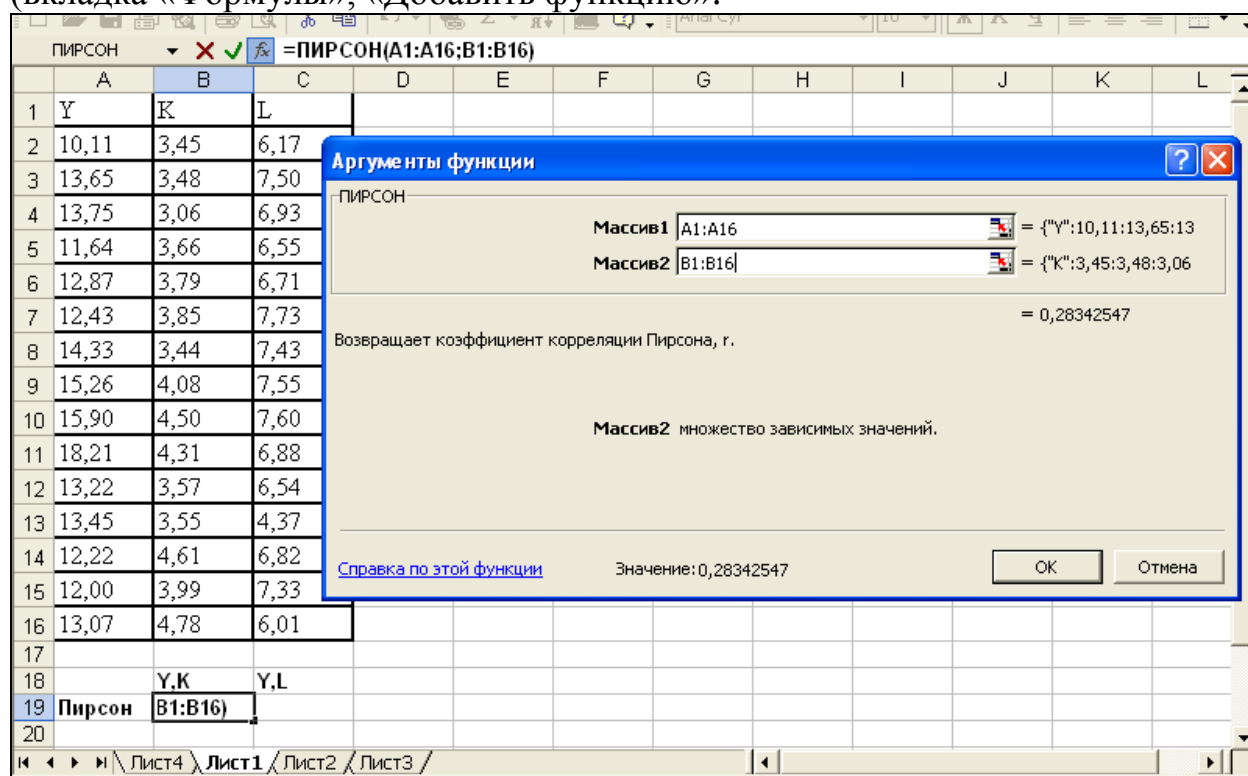


Рис.4 – Определение численного значения коэффициента Пирсона

Коэффициенты Пирсона по своей величине небольшие (Y,K = 0,28; Y,L = 0,24). Это говорит о том, что, скорее всего, между результирующим показателем Y и факторными показателями K и L не существует устойчивой линейной зависимости.

Далее вычисляется значение функции *Ф-критерий для выборок*.

Ф-критерий – это результат дисперсионного анализа, позволяющий сделать вывод о степени влияния каждого факторного признака в совокупности выбранных для регрессионного моделирования на результирующий показатель. Чем больше влияние факторного признака на результирующий показатель, тем больше значение Ф-критерия.

Для вычисления Ф-критерия в системе электронных таблиц предназначена функция «ФТЕСТ» из раздела «Статистические», использование которой аналогично работе с функцией «ПИРСОН». Пример результата расчета представлен в табл. 4.

Таблица 4. Результаты корреляционного анализа данных

	Y, K	Y, L
Коэффициент корреляции	0,28	0,24
Коэффициент Пирсона	0,28	0,24
Ф-тест	8,2E-06	0,0045

В соответствии с результатами применения Ф-критерия следует, что влияние факторных признаков на результирующий в совокупности выбранных невелико, т. е. при наличии совокупности некоторых других признаков факторные показатели K и L могли бы быть исключены из дальнейшего рассмотрения как малозначащие для содержательного анализа производственного процесса и заменены на другие, более значимые. Однако в силу условности примера, которая отмечалась выше, и отсутствия других данных в заданиях эти факторы будут оставлены.

Регрессионный анализ данных и выбор формы производственной функции

На этом этапе необходимо обосновать представление производственной функции в линейном или степенном виде.

Степенной вид производственной функции:

$$Y = a_0 \times K^{a_1} \times L^{a_2}, \quad (2)$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты регрессии.

Линейный вид производственной функции:

$$Y = a_0 + a_1 K + a_2 L, \quad (3)$$

где $a_0 = 0$.

Для построения степенной регрессионной зависимости необходимо исходную формулу $Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ прологарифмировать, что приведет к

представлению новой зависимости в линейной форме $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln K + a_2 \ln L$. При возврате к степенной зависимости необходимо помнить, что $a_0 = \exp(\ln a_0)$.

Анализ формы взаимосвязи между факторами проводится с помощью функции «Регрессия» пункта меню: «Сервис», «Анализ данных».

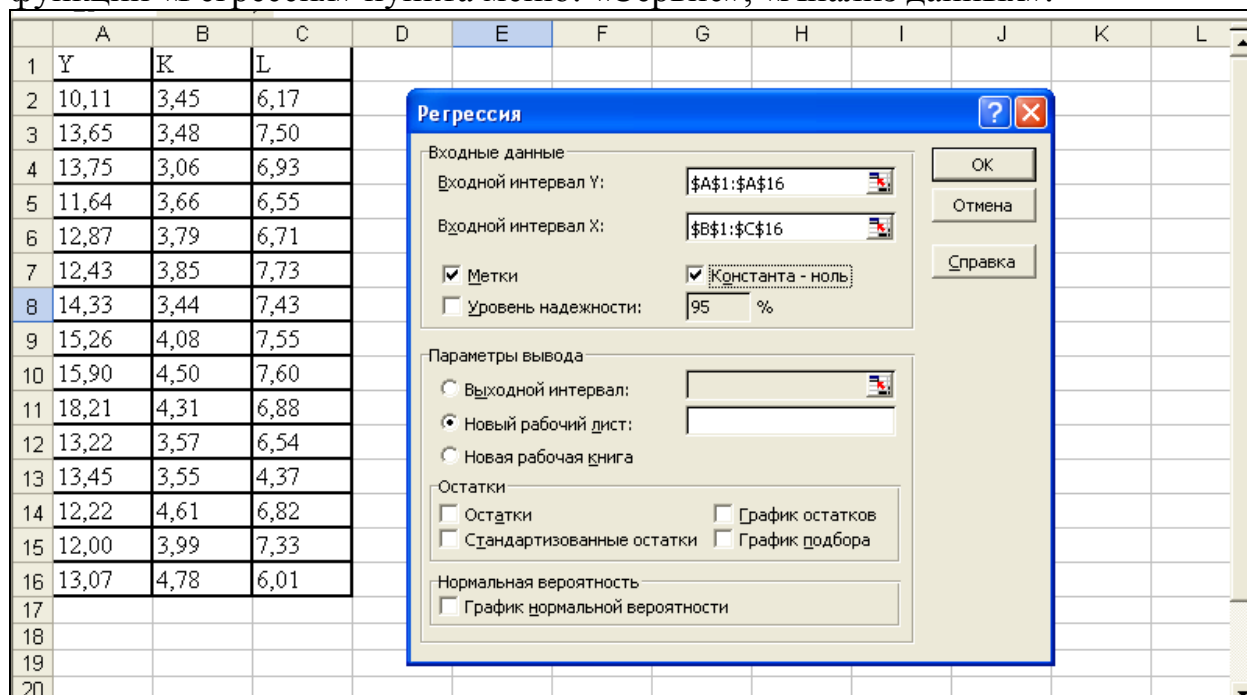


Рис.5 – Ввод данных для построения линейной регрессии

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0,197340926							
5	R-квадрат	0,038943441							
6	Нормированный R-квадрат	-0,111907063							
7	Стандартная ошибка модели	1,969194553							
8	Наблюдения	15							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		df	SS	MS	F	Значимость F			
12	Регрессия	2	2,042707	1,021353	0,263389667	0,772771173			
13	Остаток	13	50,41045	3,877727					
14	Итого	15	52,45316						
15									
16		Кoeffициенты	станд. ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	верхние 95%	Нижние 95,0%	верхние 95,0%
17	Y-пересечение	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
18	K	1,801396567	0,797665	2,258336	0,041759425	0,078145803	3,524647	0,078146	3,524647
19	L	0,946517071	0,454072	2,08451	0,057402443	-0,034445214	1,927479	-0,034445	1,927479

Рис. 6 – Результаты регрессионного анализа

Аналогично проводится регрессионный анализ с использованием степенной формы зависимости. Результаты анализа обобщаются и сводятся в табл. 5.

Таблица 5 Регрессионный анализ производственной функции

	Линейная регрессия			Степенная регрессия		
Коэффициенты регрессии	A0	A1	A2	A0	A1	A2
	0	1,799	0,947	1,872	0,273	0,184
Стандартные ошибки коэффициентов	-	0,806	0,458	0,617	0,303	0,269
Коэффициент детерминации	0,034			0,108		
F-критерий	0,231			0,734		
Стандартная ошибка модели	1,974			0,143		

Функция примет вид:

- линейная: $Y = 1,799K + 0,947L$;
- степенная: $Y = 1,872K^{0,273}L^{0,184}$.

Дальнейший анализ уравнений регрессии сводится к определению наиболее достоверной формы аппроксимации исходных данных по ряду критериев.

Ошибки прогнозирования (определение качества построенной модели)

Стандартные ошибки дают представление о приблизительной величине ошибки прогнозирования. Чем меньше соответствующие величины, тем более точно построенное уравнение аппроксимирует фактические данные.

Стандартные ошибки коэффициентов A_1 и A_2 для линейной зависимости незначительны (0,806 и 0,458). Вместе с тем стандартные ошибки коэффициентов степенной зависимости (0,303 и 0,269) существенно ниже, что говорит о предпочтительности выбора степенной зависимости для моделирования рассматриваемого производственного процесса.

При этом следует обратить внимание на сравнение стандартной ошибки модели (1,974 и 0,143) со стандартным отклонением для Y , полученным на 1-м этапе (1,94). При правильно подобранных факторах стандартная ошибка модели оказывается, как правило, меньше стандартного отклонения для Y . В разобранный пример для линейной зависимости $1,974 > 1,94$, что подтверждает вывод, полученный на втором этапе анализа о том, что между результирующим показателем Y и факторными показателями K и L не существует устойчивой линейной зависимости. Для степенной зависимости $0,143 < 1,94$, что позволяет сделать вывод о предпочтительности использования степенной функции.

Коэффициент детерминации указывает, какой процент вариации функции Y объясняется воздействием факторов K и L . Коэффициент детерминации изменяется от 0 до 1, и чем ближе значение данного коэффициента к 1, тем

удачнее выбранная форма регрессионной зависимости аппроксимирует данные. В разобранным примере для линейной модели коэффициент детерминации равен 0,034, что можно трактовать следующим образом: исследуемые факторы (К и L) объясняют 3,4 % исследуемой функции, что является явно недостаточным, чтобы модель считалась достоверной. Для степенной функции коэффициент детерминации составляет 0,108, что также является недостаточным. Таким образом, коэффициенты детерминации обеих зависимостей (0,034 и 0,108) невелики, то есть, скорее всего, на стадии вербального моделирования при отборе факторных признаков были не включены в исходное рассмотрение какие-то более существенно влияющие факторы.

Общая проверка полученной модели на надежность

Таковую проверку проводят при помощи F-критерия Фишера: чем больше превышает расчетное значение критерия табличное (табл. 6), тем менее надежна выбранная модель. При этом для анализа используется F, обратный тому, который посчитал Excel.

При проверке надежности моделей по F-статистике получаем следующие результаты: как для линейной, так и для степенной зависимости табличное значение 3,88.

Таблица 6. Значения F-критерия для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы f

Знаменатель степени свободы, f	Числитель степени свободы, f							
	1	2	3	4	5	6	8	12
1	161,45	199,5	215,71	224,58	230,16	234,00	238,90	243,91
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,86	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09

Примечание: числитель $f_1 = k$, знаменатель $f_2 = n - k - 1$, где n - число опытов; k - число изучаемых факторов.

Для линейной зависимости $3,88 < 4,31 = 1/0,231$. Для степенной зависимости $3,88 > 1,38 = 1/0,734$. Следовательно, линейная зависимость обладает слабой

надежностью, а степенная достаточно надежна, поэтому в качестве производственной функции более целесообразно выбрать степенную форму регрессионной взаимосвязи;

Экономический анализ производственной функции

По результатам расчета можно сделать следующие выводы:

- рост основного капитала на 1 % обеспечивает рост производства на 0,273 %;
- рост трудовых ресурсов на 1 % обеспечивает рост производства на 0,184 %;
- при одновременном росте на 1 % и основного капитала и труда рост производства составит $0,273+0,184=0,457$ %. Так как $0,457<1$, то имеет место отрицательный эффект от расширения производства, то есть увеличение ресурсов в k раз приводит к увеличению производства менее, чем в k раз.

1.2 Построение прогноза методом скользящего среднего и экспоненциального сглаживания

Метод экспоненциального сглаживания представляет прогноз показателя на будущий период в виде суммы фактического показателя за данный период и прогноза на данный период, взвешенных при помощи специальных коэффициентов.

Представим, что составляется прогноз определенной экономической величины на следующий месяц. Тогда:

$$P_1 + 1 = aX_m + [1 - a] * P_1 \quad (4),$$

где

$P_1 + 1$ – прогноз на месяц $1+1$;

X_m – значение исследуемой величины в месяце (фактические данные);

P_1 – прогноз на месяц I ,

a – специальный коэффициент, определяемый статистическим путем.

Для прогнозирования методом экспоненциального сглаживания используется функция «Экспоненциальное сглаживание» пункта меню «Сервис» («Данные»), «Анализ данных». Окно исходных данных экспоненциального сглаживания представлено на рисунке 7,

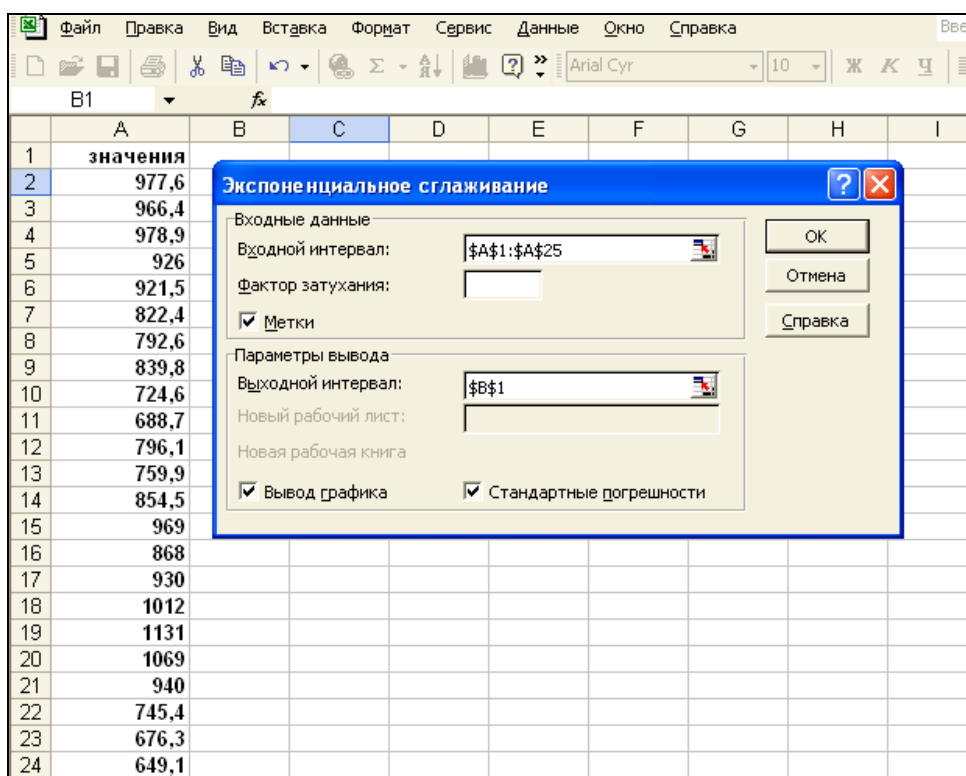


Рис.7 – Исходные данные для проведения экспоненциального сглаживания

Элементы диалогового окна «Экспоненциальное сглаживание»

Входной диапазон

Введите ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные. Входной диапазон должен состоять из одного столбца или одной строки, содержащих данные как минимум в четырех ячейках.

Фактор затухания

Введите фактор затухания, который будет использоваться в качестве константы экспоненциального сглаживания. Фактором затухания называется корректировочный фактор, минимизирующий нестабильность данных генеральной совокупности. Значение фактора по умолчанию равно 0,3.

Для константы сглаживания наиболее подходящими являются значения от 0,2 до 0,3. Эти значения показывают, что ошибка текущего прогноза установлена на уровне от 20 до 30 процентов ошибки предыдущего прогноза. Более высокие значения константы ускоряют отклик, но могут привести к непредсказуемым выбросам. Низкие значения константы могут привести к большим промежуткам между предсказанными значениями.

Метки

Установите флажок, если первая строка или первый столбец входного интервала содержит заголовки. Снимите флажок, если заголовки отсутствуют; в этом случае подходящие названия для данных выходного диапазона будут созданы автоматически.

Выходной диапазон

Введите ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Если установлен флажок **Стандартные погрешности**, то выходной диапазон

состоит из двух столбцов, и значения стандартных погрешностей содержатся в правом столбце. Если исходных значений для построения прогноза или для вычисления стандартной ошибки недостаточно, Microsoft Excel возвратит значение ошибки #Н/Д.

Вывод графика

Установите флажок, чтобы построить встроенную диаграмму для фактических и прогнозируемых значений.

Стандартные погрешности

Установите флажок, чтобы включить в выходной диапазон столбец стандартных погрешностей. Снимите флажок, чтобы получить выходной диапазон в виде одного столбца без значений стандартных погрешностей.

В результате проведения экспоненциального сглаживания получен следующий вариант прогноза (рис.83)

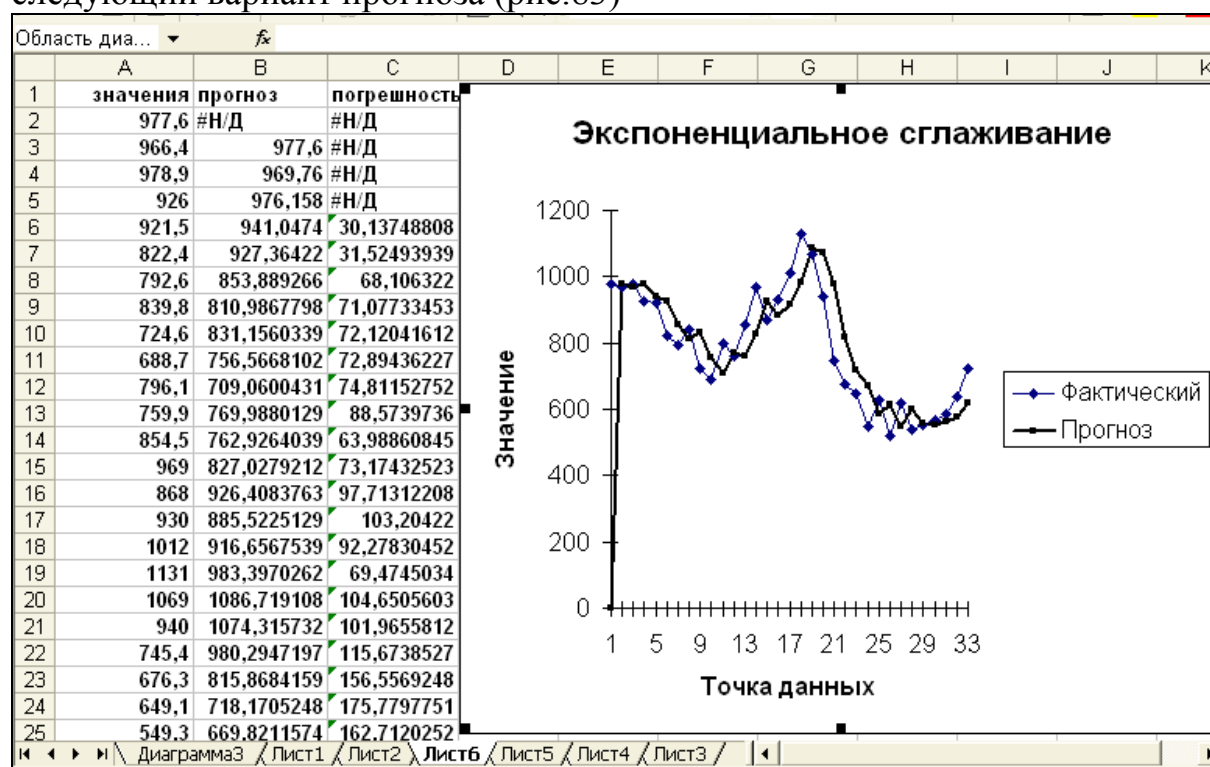


Рис.8 – Прогнозирование методом экспоненциального сглаживания

Метод скользящего среднего исходит из простого предположения, что следующий во времени показатель по своей величине равен средней, рассчитанной за последние три месяца.

Для прогнозирования методом скользящего среднего используется функция «Скользящее среднее» пункта меню «Сервис», «Анализ данных». Окно исходных данных прогнозирования объемов жилищного строительства методом скользящего среднего представлено на рисунке 9.

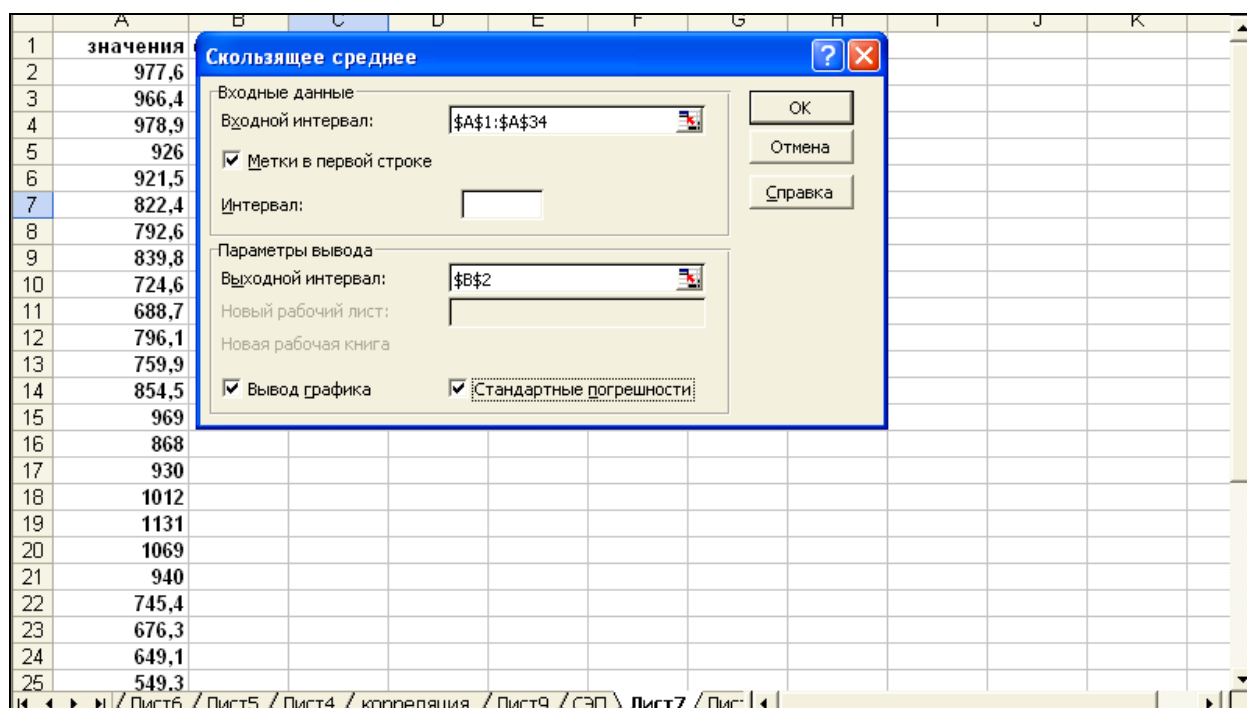


Рис.9 – Исходные данные для прогнозирования методом скользящего среднего
Элементы диалогового окна «Скользящее среднее»

Входной диапазон

Введите ссылку на диапазон исследуемых данных. Входной диапазон должен состоять из одного столбца или одной строки, содержащих не менее четырех ячеек с данными.

Метки в первой строке

Установите флажок, если первая строка входного интервала содержит заголовки. Снимите флажок, если заголовки отсутствуют; в этом случае подходящие названия для данных выходного диапазона будут созданы автоматически.

Интервал

Введите число значений, необходимое для расчета скользящего среднего. Значение по умолчанию равно 3.

Выходной диапазон

Введите ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Если установлен флажок **Стандартные погрешности**, то выходной диапазон состоит из двух столбцов, и значения стандартных погрешностей содержатся в правом столбце. Если исходных значений для построения прогноза или для вычисления стандартной ошибки недостаточно, Microsoft Excel возвратит значение ошибки #Н/Д.

Выходной диапазон и исходные данные должны находиться на одном листе. По этой причине параметры **Новый лист** и **Новая книга** недоступны.

Вывод графика

Установите флажок для автоматического создания встроенной диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

Стандартные погрешности

Установите флажок, чтобы включить в выходной диапазон столбец стандартных погрешностей. Снимите флажок, чтобы получить выходной диапазон в виде одного столбца без значений стандартных погрешностей.

Результат прогноза методом скользящего среднего представлен на рис.9



Рис.9 – Прогноз методом скользящего среднего

Пример выполнения практического задания

Исходные данные:

Y	K	L
10,11	3.45	6.17
13,65	3.48	7.55
13,75	3.06	6.93
11,64	3.66	6.55
12,87	3.79	6.71
12,43	3.85	7.73
14,33	3.44	7.43
15,26	4.08	7.55
15,9	4.5	7.6
18,21	4.31	6.88
13,22	3.57	6.5

13,45	3.55	4.37
12,22	4.61	6.82
12	3.99	7.33
13,07	4.78	6.1

1.1. Построение и анализ производственной функции строительного предприятия.

Числовые характеристики выборок:

	Y	K	L
Min	10.11	3.06	4.37
Max	18.21	4.78	7.73
Медиана	13.22	3.79	6.88
Дисперсия	3.74	0.24	0.74
Ст. отклон.	1.94	0.49	0.86

Коэффициенты :

	Y, K	Y, L
К-т корреляции	0,28	0,24
К-т Пирсона	0,28	0,24
Ф-тест	8,2E-06	0,0045

Регрессионный анализ:

	Линейная регрессия			Степенная регрессия		
	A0	A1	A2	A0	A1	A2
Коэффициенты регрессии	0	1,806	0,943	6,452	0,275	0,186
Стандартные ошибки коэффициентов	-	0,795	0,452	0,619	0,303	0,267
Коэффициент детерминации	0,039			0,109		
F-критерий	0,267			0,734		
Станд. ошибка модели	1,968			0,142		

Функция примет вид:

- линейная: $Y = 1.806K + 0.934L$
- степенная: $Y = 6.452K^{0.275}L^{0.186}$

Статистический анализ данных

1. Стандартные отклонения выборок исходных данных по сравнению со значениями самих данных невелики, т.е. разброс точек в выборках невелик.

2. Среднеквадратическое отклонение и дисперсия оценивают каждую выборку с точки зрения разброса данных относительно средневыворочного значения. Если эти показатели велики, то следует исключить из соответствующих выборок пиовые (max и min) значения.

Отклонения максимальных и минимальных значений выборок от соответствующих медиан и среднего значения также невелики. Это означает, что точки выборок расположены достаточно плотно.

Замечание

При выполнении контрольных заданий все этапы и шаги статистического анализа необходимо выполнить полностью независимо от частных удовлетворительных или неудовлетворительных результатов статистического анализа, которые в значительной степени обусловлены условностью контрольных примеров и малым числом значений в рассматриваемых выборках.

3. Коэффициент парной корреляции U_{LK} равен (0,28), что говорит о наличии не очень сильной корреляционной зависимости этих выборок, Корреляция между Y и L также достаточно слабая, поскольку их коэффициент парной корреляции равен 0,24.

4. На основе безразмерных коэффициентов Пирсона оценивается степень линейной зависимости между двумя множествами данных (выборками). Иными словами, коэффициенты Пирсона позволяют сделать вывод о целесообразности использования линейной формы регрессионной взаимосвязи между результирующим и факторными показателями. Коэффициенты Пирсона по своей величине небольшие. Это говорит о том, что, скорее всего, между результирующим показателем Y и факторными показателями K и L не существует устойчивой линейной зависимости.

6. F -критерий – это результат дисперсионного анализа, позволяющий сделать вывод о степени влияния каждого факторного признака в совокупности выбранных для регрессионного моделирования на результирующий показатель. Чем больше влияние факторного признака на результирующий показатель – тем больше значение F -критерия. В соответствии с результатами применения F -критерия следует, что влияние факторных признаков на результирующий в совокупности выбранных невелико, т. е. при наличии совокупности некоторых других признаков факторные показатели K и L могли бы быть исключены из дальнейшего рассмотрения как малозначащие для содержательного анализа производственного процесса и заменены на другие, более значимые. Однако в силу условности примера, которая отмечалась выше, и отсутствия других данных в заданиях эти факторы будут оставлены.

Регрессионный анализ данных и выбор формы производственной функции

Замечание

Для построения степенной регрессионной зависимости необходимо исходную формулу $Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ прологарифмировать,

что приведет к представлению новой зависимости в линейной форме: $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln K + a_2 \ln L$. При возврате к степенной зависимости не забыть, что $A_0 = \exp(\ln A_0)$.

Стандартные значения ошибок регрессионных коэффициентов и результирующей модели — чем меньше соответствующие величины, тем более точно построенное уравнение аппроксимирует фактические данные.

Коэффициент детерминации изменяется от 0 до 1, и чем ближе значение данного коэффициента к 1, тем удачнее выбранная форма регрессионной зависимости аппроксимирует данные.

F-критерий Фишера определяет уровень надежности регрессионной модели: чем больше превышает расчетное значение критерия табличное, тем надежнее выбранная модель.

Дополнительная статистика, полученная при построении линейной и степенной регрессионных зависимостей, позволяет сделать следующие выводы:

- стандартные ошибки коэффициентов A_1 и A_2 для линейной зависимости незначительны (0,452 и 0,795). Вместе с тем стандартные ошибки коэффициентов степенной зависимости (0,267 и 0,303) существенно ниже, что говорит о предпочтительности выбора степенной зависимости для моделирования рассматриваемого производственного процесса;

- аналогичный вывод можно сделать и по значениям стандартных ошибок для Y : для линейной зависимости она составляет 1,968, а для степенной 0,142;

- коэффициенты детерминации обеих зависимостей (0,039 и 0,109) невелики, т.е., скорее всего, на стадии вербального моделирования при отборе факторных признаков были не включены в исходное рассмотрение какие-то более существенно влияющие факторы;

- при проверке надежности моделей по F-статистике получаем следующие неутешительные результаты: как для линейной, так и для степенной зависимости табличное значение 3,88 существенно превышает расчетные: 0,87 и 0,85 соответственно; поэтому обе зависимости обладают слабой надежностью, примеру в качестве производственной функции более целесообразно выбрать степенную форму регрессионной взаимосвязи.

Экономический анализ производственной функции

Структуру экономического анализа производственной функции продемонстрируем на примере линейной зависимости, которая имеет следующий вид (исходя из общего вида функции $Y=a_1K+a_2L$):

$$Y=1.806K+0.943L.$$

Поскольку функция имеет линейную форму, очевидно, что при изменении масштаба факторов масштаб Y изменится на такую же величину

Рассчитываются формулы для определения средней эффективности (отдачи) производственных ресурсов:

$$\Phi_K=Y/K=0.943(L/K)+1.806$$

$$\Phi_Y = Y/L = 1.806(K/L) + 0.943$$

Рассчитываются предельные эффективности ресурсов:

$$V_k = 1.806$$

$$V_l = 0.943$$

Рассчитываются коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам:

$$E_k = V_k / \Phi_k = 1.806 / (0.943(L/K) + 1.806)$$

$$E_l = V_l / \Phi_l = 0.943 / (1.806(K/L) + 0.943)$$

По результатам расчета для степенной функции можно сделать следующие выводы:

- рост основного капитала на 1 % обеспечивает рост производства на 0,273 %;
- рост трудовых ресурсов на 1 % обеспечивает рост производства на 0,184 %;
- при одновременном росте на 1 % и основного капитала и труда рост производства составит $0,273 + 0,184 = 0,457$ %. Так как $0,457 < 1$, то имеет место отрицательный эффект от расширения производства, то есть увеличение ресурсов в k раз приводит к увеличению производства менее, чем в k раз.

1.2. Построение прогноза динамики индекса производства методом скользящего среднего и экспоненциального сглаживания.

Результат построения прогноза методом скользящего среднего

Фактические значения	Значения по скользящему среднему	Погрешность
10,11		
13,65		
13,75	12,50333	
11,64	13,01333	
12,87	12,75333	1,072976
12,43	12,31333	0,798596
14,33	13,21	0,653611
15,26	14,00667	0,972772
15,9	15,16333	1,059547
18,21	16,45667	1,315003
13,22	15,77667	1,839692
13,45	14,96	1,990881
12,22	12,96333	1,767219
12	12,55667	1,023478
13,07	12,43	0,651159



Результат построения прогноза методом экспоненциального сглаживания (фактор затухания 0,2)

Фактические значения	Значения после экспоненциального сглаживания	Погрешность
10,11		
13,65	10,11	
13,75	12,588	
11,64	13,4014	
12,87	12,16842	2,379382
12,43	12,65953	1,283873
14,33	12,49886	1,102637
15,26	13,78066	1,13988
15,9	14,8162	1,365555
18,21	15,57486	1,496236
13,22	17,41946	1,85356
13,45	14,47984	2,929963
12,22	13,75895	2,923467
12	12,68169	2,649804
13,07	12,20451	1,139244



Библиографический список рекомендуемой литературы

1. Бережная, Е.В. Математические методы моделирования экономических систем / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
2. Гасилов, В.В. Экономико-математические методы и модели / В.В. Гасилов, Э.Ю. Околелова, С.С. Замчалова. – Воронеж: Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т, 2005. – 157 с.
3. Гитман, Л.Д. Основы инвестирования / Л.Д. Гитман, М. Джонк. – М.: Дело, 1997. – 231с.
4. Замков, О.О. Математические методы в экономике / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: Дело и Сервис, 2001. – 364 с.
5. Колемаев, В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 148 с.
6. Леоненков, А.В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel. - Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 704 с.
7. Практикум по применению ЭВМ и экономико-математических методов и моделей в решении экономических задач / под ред. Кочуровой Т. В. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1992. – 112 с.
8. Спирин, А.А. Экономико-математические методы в статистических исследованиях. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 205 с.
9. Терехова, Л.Л. Производственные функции. – М.: Статистика, 1974. – 102 с.
10. Фомин, Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 616 с.
11. Четыркин, Е.М. Теория массового обслуживания ее применение в экономике. – М.: Статистика, 1971. - 163 с.