

Лекция 5. Регрессионный анализ данных

Вопросы лекции:

1. Основные понятия регрессионного анализа
2. Модели парной линейной зависимости
3. Статистика Дарбина-Уотсона (проверка гипотезы о наличии линейной связи)
4. Нелинейная регрессия
5. Характеристики парной регрессии
6. Множественная регрессия

Вопрос 1. Основные понятия регрессионного анализа

В практике экономических исследований очень часто имеющиеся данные нельзя считать выборкой из многомерной нормальной совокупности. Так, в частности, обстоит дело всякий раз, когда одна из рассматриваемых переменных не является случайной или когда линия регрессии явно не прямая и т. п. В этих случаях пытаются определить кривую (поверхность), которая дает наилучшее (в смысле метода наименьших квадратов) приближение к исходным данным. Соответствующие методы приближения получили название регрессионного анализа

Термин «регрессия» (латинское «*regressio*» — движение назад) введен Ф.Гальтоном, который, изучая связи между ростом родителей и их детей, обнаружил явление «регрессии к среднему» — рост детей очень высоких родителей имел тенденцию быть ближе к средней величине.

Задачи регрессионного анализа: установление формы зависимости между переменными, оценка модельной функции (модельного уравнения) регрессии, оценка неизвестных значений (прогноз значений) зависимой переменной.

В регрессионном анализе рассматривается односторонняя зависимость переменной Y (её ещё называют функцией отклика, результативным признаком, объясняемой, выходной, результирующей, эндогенной, предсказываемой переменной) от одной или нескольких независимых переменных X (называемых также объясняющими или предсказывающими переменными, экзогенными переменными, факторами, регрессорами, факторными признаками).

Уравнение $M(Y) = f(x, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)$ называется **модельным уравнением регрессии** (или просто уравнением регрессии), а функция $f(x)$ — модельной функцией регрессии (или просто функцией регрессии), а ее график — модельной линией регрессии (или просто линией регрессии).

Вид функции $f(x, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)$ называется **спецификацией модели** выборочной регрессии.

Предположим, что для оценки параметров модельной функции регрессии $f(x)$ из двумерной совокупности (X, Y) взята выборка объема n , где

(x_i, y_i) —результат i -го наблюдения ($i = 1, 2, \dots, n$). В этом случае регрессионная модель (по аналогии с любой эконометрической моделью) примет вид:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad (5.1)$$

Отметим основные **предпосылки регрессионного анализа**.

- ✓ Зависимая переменная y_i (или возмущение ε_i) есть величина случайная, а объясняющая переменная x_i есть величина неслучайная.
- ✓ Математическое ожидание возмущения ε_i равно нулю $M(\varepsilon_i) = 0$.
- ✓ Дисперсия зависимой переменной (или возмущение ε_i) постоянна для любого i : $D(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$.
- ✓ Переменные y_i и y_j (или возмущения ε_i и ε_j) не коррелированы: $M(\varepsilon_i \times \varepsilon_j) = 0$.
- ✓ Зависимая переменная y , (или возмущение ε_i) есть нормально распределенная случайная величина.

Следует отметить, что для получения уравнения регрессии достаточно первых четырех предпосылок. Требование выполнения пятой предпосылки (т. е. рассмотрение нормальной регрессии) необходимо для проверки значимости уравнения регрессии и его параметров, а также для их интервального оценивания.

Вопрос 2. Модели парной линейной зависимости

Простейшим уравнением, которое может характеризовать зависимость между двумя переменными, является уравнение прямой вида

$$y = a_0 + a_1 x_1 \quad (5.2)$$

где x и y – соответственно независимая и зависимая переменные, a_0 и a_1 – постоянные коэффициенты.

Уравнение прямой описывает такую связь между двумя переменными, при которой с изменением независимой переменной на какую-либо постоянную величину зависимая переменная изменяется на другую постоянную величину.

Если качественный анализ изучаемой зависимости допускает прямолинейный характер связи двух переменных, то это предположение проверяется затем непосредственно на количественных данных. Для этого необходимо иметь ряд фактических значений переменной x и соответствующих её величин зависимой переменной y .

Поскольку корреляционная связь с достаточной чёткостью и полнотой проявляется лишь в массе случаев, количество наблюдений, на основании

которых строится модель, должно быть достаточно велико. Практически для расчётов необходимо иметь не менее 20 – 25 пар наблюдаемых значений x и y ; при меньшем их количестве трудно ожидать надёжных и убедительных результатов исследования.

Вывод о прямолинейном характере связи проверяется вначале простого сопоставления по имеющимся данным вариации зависимой и независимой переменных, а также графическим способом.

Например, для выборки, представленной на следующей диаграмме, линейный характер зависимости очевиден.



Рис.5.1. График линейной зависимости

При графическом способе каждое наблюдение отмечается в виде точки в прямоугольной системе координат, в которой на оси абсцисс отсчитываются значения x , а по оси ординат – значения y . При достаточно большом количестве наблюдений расположение точек на графике легко позволяет убедиться в правильности или ошибочности представления о линейном характере связи между изучаемыми переменными.

В следующем примере линейная связь между показателями не столь очевидна, поэтому требуется дополнительный анализ.

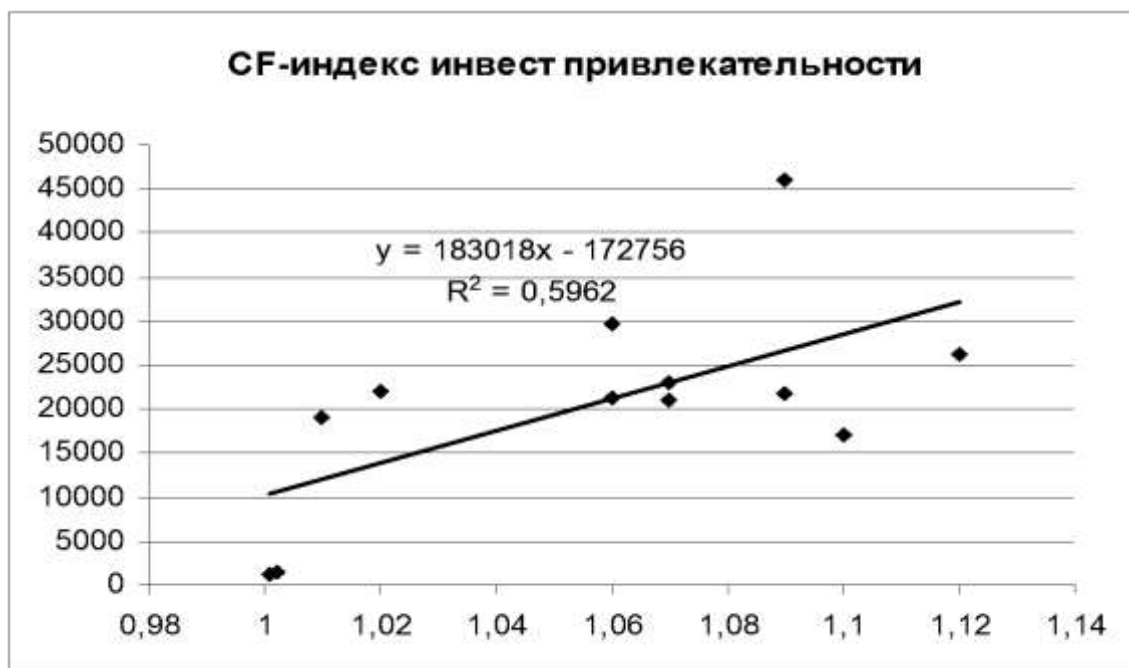


Рис. 5.2. График линейной зависимости

Следующим этапом является выявление прямой при данной конкретной зависимости между x и y . Для этого необходимо определить численные значения постоянных величин уравнения (a_0 и a_1), при которых прямая будет наилучшим образом соответствовать имеющимся фактическим данным. В качестве критерия принято брать минимум суммы квадратов отклонений фактических значений y от вычисленных по уравнению прямой.

Квадраты отклонений берутся в данном случае потому, что отклонения в первой степени могут быть положительными и отрицательными и сумма равна нулю для многих прямых. Минимум же квадратов отклонений соответствует одна прямая, коэффициенты которой отыскиваются так называемым **методом наименьших квадратов (МНК)**.

Суть данного метода заключается в том, что квадрат суммы разностей между фактическим значением результативного признака и его теоретическим значением сводится к минимуму.

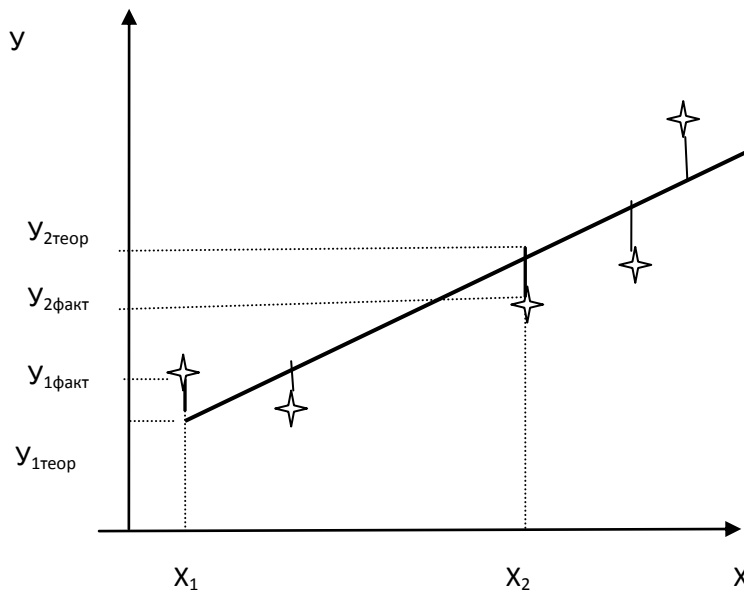


Рис.5.3. Графическое отображение принципа МНК

Таким образом, если связь между независимой переменной x и зависимой переменной y характеризуется прямой вида $y = a_0 + a_1x$, то первой задачей корреляционного исчисления является определение таких значений коэффициентов a_0 и a_1 , при которых сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений y от расчётных будет минимальной, т.е.

$$\sum (y_{\text{факт.}} - y_{\text{теор.}})^2 = \min \quad (5.3)$$

С помощью метода наименьших квадратов составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = Na_0 + a_1 \sum x; \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 \end{cases} \quad (5.4)$$

Решив эту систему, определим величины коэффициентов a_0 и a_1 (все остальные входящие в систему величины рассчитываются на основании фактических исходных данных; N обозначает число единиц наблюдения).

Вопрос 3. Статистика Дарбина-Уотсона (проверка гипотезы о наличии линейной связи)

Пусть имеются статистические данные (x_i, y_i) .

x_i - независимая(объясняющая) переменная;

y_i - зависимая(объясняемая) переменная, соответствующая x_i .

После применения обычного МНК получено уравнение линейной регрессии

$$y = b_0 + b_1x \quad (5.5)$$

Остатки вычисляются следующим образом:

$$e_i = y_i - (ax_i + b) \quad (5.6)$$

Следует выяснить, являются ли остатки e_i независимыми. Для этого вычисляется статистика Дарбина-Уотсона

$$DW = \frac{\sum_{i=2} (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1} e_i^2} \quad (5.7)$$

Если $DW \approx 0$, тогда следует сделать вывод о нелинейной зависимости показателя y от показателя x .

Если линейная регрессия неадекватна имеющимся статистическим данным, тогда большие серии экспериментальных точек лежат выше либо ниже линии регрессии. В таком случае соседние невязки e_i , e_{i-1} имеют, как правило, одинаковые знаки и примерно равные абсолютные величины. Поэтому, большинство слагаемых в числителе величины DW близки к 0. Поэтому статистика Дарбина-Уотсона близка к 0.

Если линейная модель регрессии подходит для описания статистических данных, тогда линия регрессии проходит между экспериментальных точек. В этом случае примерно половина соседних невязок e_{i-1} имеет такой же знак, а половина противоположный невязке e_i .

Следовательно, если линейная регрессия адекватна, тогда

$$DW = \frac{\sum_{i=2} (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1} e_i^2} \approx \frac{0,5 \sum_{i=1} 4e_i^2}{\sum_{i=1} e_i^2} \quad (5.8)$$

Таким образом, если $DW \approx 2$, тогда зависимость y от x линейна.

Вопрос 4. Нелинейная регрессия

Зависимость многих экономических показателей не линейна. Метод наименьших квадратов не предназначен для оценки параметров нелинейных регрессий, кроме полиномиальной. Однако целый класс нелинейных зависимостей можно привести к зависимостям линейным преобразованием независимой и/или зависимой переменной. Такое преобразование называется линеаризацией.

Задача построения нелинейной модели регрессии состоит в следующем
Задана нелинейная спецификация модели

$$y = f(x, a, b, \varepsilon) \quad (5.8)$$

где y - зависимая, объясняемая переменная; x - независимая, объясняющая переменная; a, b - параметры модели, для которых должны быть получены оценки; ε – аддитивный (*сложение*) или мультипликативный (*умножение*) случайный фактор.

Требуется:

1. Преобразовать исходные данные $x \rightarrow x^*$, $y \rightarrow y^*$ так, чтобы спецификация модифицированной регрессии была линейной:

$$y^* = a^* + b^*x^* \quad (5.9)$$

2. Методом наименьших квадратов получить оценки параметров a^*, b^* .

3. По оценкам a^*, b^* вычислить искомые оценки параметров a, b исходной регрессии.

Методы линеаризации:

1. Метод логарифмирования-применяется к степенным функциям;
2. Метод обратного преобразования-для дробных функций;
3. Комплексный метод-для дробных и степенных функций.

Для оценки параметров нелинейной модели используется два подхода:

- линеаризация модели;
- методы нелинейной оптимизации (применяются когда подобрать линеаризирующее преобразование не получается).

Пример применения регрессионного анализа для решения практических задач.

Построим по статистическим данным предприятия классическую производственную функцию - функцию Кобба-Дугласа с применением процессора электронных таблиц EXCEL.

Исходными данными модели являются:

Y - индекс производства;

K - индекс основного капитала;

L - индекс труда.

Функция Кобба-Дугласа имеет вид:

$$Y = a_0 \times K^a \times L^a. \quad (5.10)$$

Поскольку для множественной регрессии EXCEL позволяет определять только линейный вид уравнения, приведем функцию к линейному виду (произведем линеаризацию):

$$\ln Y = \ln a_0 + a_1 \times \ln K + a_2 \times \ln L. \quad (5.11)$$

Для этого исходные данные логарифмируются, и выполняется расчет с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

В результате расчетов получены следующие данные:

Таблица 5.1– Значения коэффициентов парной корреляции

	Y	K	L
Y	1		
K	0,91624	1	
L	0,94534	0,847637	1

Таблица 5.2 - Регрессионный анализ

A ₀	0,96
A ₁	0,25
A ₂	0,77

Решение

По результатам корреляционного анализа можно сделать вывод о наличии достаточно тесной связи между объемом производства и влияющими на него факторами, причем связь между факторами прямая.

Производственная функция примет вид:

$$Y = 0.96 \times K^{0.25} \times L^{0.77}. \quad (5.12)$$

По результатам расчета можно сделать следующие выводы:

- рост основного капитала на 1% обеспечивает рост производства на 0.25%;
- рост трудовых ресурсов на 1% обеспечивает рост производства на 0.77%.

При одновременном росте на 1% и основного капитала и труда рост производства составит:

$$a_1 + a_2 = 0.245 + 0.766 = 1.011 \quad (5.13)$$

Полученный результат свидетельствует о положительном эффекте расширения масштабов производства, поскольку $a_1 + a_2 > 1$.

Вопрос 5. Характеристики парной регрессии

Величины u_i , соответствующие данным x_i , при некоторых теоретических значениях β_0 и β_1 , являются случайными. Следовательно, случайными являются и рассчитанные по ним значения коэффициентов b_0 и b_1 . Их математические ожидания при выполнении предпосылок об отклонениях ε_i равны, соответственно, β_0 и β_1 . При этом оценки тем надежнее, чем меньше их разброс вокруг β_0 и β_1 , то есть дисперсия.

Надежность получаемых оценок a и b зависит, от дисперсии случайных отклонений ε_i , но поскольку по данным выборки эти отклонения (и, соответственно, их дисперсия) оценены быть не могут, они заменяются при анализе надежности оценок коэффициентов регрессии на отклонения переменной y от оцененной линии регрессии $e_i = y - b_0 - b_1 x_i$.

Кроме того, чем больше (при прочих равных) число наблюдений n , тем меньше стандартная ошибка оценки.

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает линейный **коэффициент корреляции** r_{xy} для линейной регрессии и индекс корреляции ρ_{xy} — для нелинейной регрессии. **лекция 4 вопрос 2**

Средний коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем изменится результат y от своей средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения:

$$\bar{\varepsilon} = f'(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \quad (5.15)$$

Доля дисперсии, объясняемая моделью регрессии, в общей дисперсии результативного признака y характеризует коэффициент детерминации R^2

Коэффициент детерминации — это квадрат коэффициента или индекса корреляции. **Коэффициент детерминации** R^2 показывает, насколько модель близка к исходной выборке. Чем ближе R^2 к единице, тем точнее модель. Но при включении в модель новых регрессоров R^2 всегда увеличивается, хотя к улучшению качества модели это фактически не приводит. Чтобы проверить, действительно ли новые вводимые регрессоры делают модель лучше, необходимо вычислять скорректированный коэффициент детерминации

Значимость построенных уравнений регрессии определяется с помощью **критерия Фишера** и соответствующей статистики.

F-тест — оценивание качества уравнения регрессии — состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии

и показателя тесноты связи. Для этого выполняется сравнение фактического $F_{\text{факт}}$ и критического $F_{\text{табл}}$ значений F -критерия Фишера.

$F_{\text{факт}}$ определяется из отношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sum(\bar{y} - \hat{y}_x)^2 / m}{\sum(\bar{y} - \hat{y}_x)^2 / (n - m - 1)} \quad (5.16)$$

где n – объём выборочной совокупности, m – число параметров при переменной x .

$F_{\text{табл}}$ – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α . Уровень значимости – это вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно α принимается равным 0,05 или 0,01.

Если $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$, то H_0 – гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признаётся их статистическая значимость и надёжность. Если $F_{\text{табл}} > F_{\text{факт}}$, то H_0 не отклоняется и признаётся статистическая незначимость, ненадёжность модели регрессии.

Исходя из данных имеющейся статистической выборки, определяются оценки коэффициентов уравнения регрессии. Для оценки статистической значимости коэффициентов регрессии и корреляции рассчитываются **t-критерий Стьюдента** и доверительные интервалы каждого из показателей. Выдвигается гипотеза H_0 о случайной природе показателей, то есть незначимом их отличии от нуля. Оценка значимости коэффициентов регрессии и корреляции с помощью t-критерия Стьюдента проводится сопоставлением их значений с величиной случайной ошибки:

$$t_b = \frac{b}{m_b}; t_a = \frac{a}{m_a}; t_r = \frac{r}{m_r} \quad (5.17)$$

Сравнивая фактическое и табличное значения t-статистики – $t_{\text{табл}}$ и $t_{\text{факт}}$ – принимаем или отвергаем гипотезу H_0 .

Если $t_{\text{табл}} < t_{\text{факт}}$, то H_0 отклоняется. Если $t_{\text{табл}} > t_{\text{факт}}$, то H_0 не отклоняется и признаётся случайная природа формирования a , b , r .

Для расчёта доверительных интервалов определяются предельные ошибки каждого показателя:

$$\Delta a = t_{\text{табл}} m_a, \Delta b = t_{\text{табл}} m_b \quad (5.18)$$

Доверительные интервалы:

$$\begin{aligned} a - t_{\text{табл}} m_a &< a < a + t_{\text{табл}} m_a \\ b - t_{\text{табл}} m_b &< b < b + t_{\text{табл}} m_b \end{aligned} \quad (5.19)$$

Пример определения параметров регрессии в решении практических задач

В результате экономико-статистического моделирования абсолютного показателя финансового состояния страховой компании получены следующие уравнения регрессии (таблица).

Таблица 5.3 - Уравнения для расчета обобщенного абсолютного показателя

Уравнение регрессии*	Объем выборочной совокупности	Расчетное значение F-критерия Фишера	Табличное значение F-критерия Фишера	Коэффициент детерминации R
$K=1,64+0,0000025 \times УК+0,0000002 \times Р-0,00018 \times ДР-0,0000017 \times П_{\text{нжс}}-0,0000002 \times А+0,0000004 \times СА-0,0000001 \times В-0,0093 \times У$	48	0,45	1,69	0,38
$K=1,424+0,0000042 \times УК+0,0000005 \times Р-0,000017 \times ДР-0,0000045 \times П_{\text{нжс}}-0,0000004 \times А-0,000001 \times СА$	48	0,68	1,69	0,39
$K=0,97 \times УК^{0,145} \times Р^{0,21} \times ДР^{0,014} \times П_{\text{нжс}}^{0,066} \times А^{0,1} \times СА^{0,068}$	41	1,77	1,96	0,49
$K=1,33 \times УК^{0,13} \times Р^{0,04} \times ДР^{0,005} \times П_{\text{нжс}}^{0,12} \times А^{-0,19} \times СА^{0,11} \times В^{-0,015} \times У^{-0,12}$	27	1,42	1,96	0,62
$K=УК^{0,13} \times Р^{-0,02} \times ДР^{0,012} \times П_{\text{нжс}}^{-0,012} \times А^{0,127} \times СА^{0,113} \times В^{-0,003} \times У^{-0,117}$	27	1,92	1,69	0,62

Примечание : * - где K – обобщенный абсолютный показатель, $УК$ – размер оплаченного Уставного капитала, тыс.руб., $Р$ – размер страховых резервов, тыс. руб., $ДР$ – изменение страховых резервов за период (год), %, $П_{\text{нжс}}$ - технический результат по видам страхования, кроме страхования жизни, тыс. руб., $А$ – размер совокупных активов компании, тыс.руб., $СА$ – свободные активы, тыс.руб., $В$ – совокупные взносы за период, тыс. руб., $У$ – уровень выплат, %.

Согласно коэффициенту детерминации, приемлемыми являются два последних уравнения ($R=0,62$). Но только для последнего уравнения соблюдается условие $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$, соответственно, значимым является лишь последнее уравнение.

Вопрос 6. Множественная регрессия

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) \quad (5.20)$$

Для оценки параметров линейной регрессии также используется метод наименьших квадратов.

Для линейной модели регрессии тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает коэффициент множественной корреляции, при нахождении которого используются определители матрицы парных коэффициентов корреляции.

Значимость уравнения множественной регрессии в целом оценивается с помощью F-критерия Фишера.

Пример построения множественной регрессии для решения практических задач

С применением корреляционно-регрессионного анализа исследовать зависимость прибыли (Y_i) от следующих факторов:

1. Объёма СМР (X_1)
2. Численности работников (X_2)
3. Стоимости основных производственных фондов (X_3)
4. Производительности труда (X_4)
5. Налоги, исчисляемые от прибыли (X_5).

Исходные данные, полученные в результате анализа производственно-хозяйственной деятельности четырёх подразделений треста за 6 лет представлены в виде таблицы.

Таблица 5.4 – Исходные данные для расчета

№ n/n	Y_i , тыс.р.	X_1 , тыс.р.	X_2 , тыс.р.	X_3 , тыс.р.	X_4 , тыс.р.	X_5 , тыс.р.
1	27,2	817	217	97	87	167
2	28,3	827	212	102	94	177
3	29,1	867	227	99	97	157
4	26,8	717	197	87	102	162
5	28,2	797	217	92	87	167
6	29,3	837	237	100	97	177
7	30,1	917	267	107	77	157
8	29,6	857	247	102	82	167
9	31,2	937	257	109	102	127
10	28,6	857	227	101	97	157
11	29,3	887	217	103	102	147
12	30,1	917	237	112	117	137
13	28,4	837	207	97	87	167
14	29,1	877	217	99	88	157
15	30,2	917	227	102	89	147
16	26,6	827	197	92	77	177
17	27,4	857	212	97	82	167
18	27,1	877	217	102	87	157
19	30,2	917	247	107	92	157
20	26,8	827	107	97	89	157
21	27,2	847	107	97	89	157
22	29,4	867	227	102	92	147
23	28,3	857	237	100	97	137
24	27,5	847	222	96	89	157

В результате решения с помощью программы получены следующие

результаты:

Таблица 5.5 – Корреляционный анализ

	Y_i , тыс.р.	X_1 , тыс.р.	X_2 , тыс.р.	X_3 , тыс.р.	X_4 , тыс.р.	X_5 , тыс.р.
Y_i , тыс.р.	1					
X_1 , тыс.р.	0,751654	1				
X_2 , тыс.р.	0,668116	0,433496	1			
X_3 , тыс.р.	0,792147	0,884122	0,487901	1		
X_4 , тыс.р.	0,333930	0,107270	0,122416	0,356220	1	
X_5 , тыс.р.	-0,513086	-0,588267	-0,202864	-0,561793	-0,546593	1

Таблица 5.6 – Регрессионный анализ

A_0	5,743022
A_1	0,009787
A_2	0,008801
A_3	0,117794
A_4	0,003743
A_5	0,002213

Необходимо составить уравнение линейной регрессии в аддитивной форме, охарактеризовать связь между факторами, охарактеризовать коэффициенты регрессии.

Коэффициент регрессии a_i показывает, на сколько процентов изменится зависимая переменная при увеличении независимого фактора на 1%.

Решение:

Функция имеет вид

$$y = 5,74 + 0,01x_1 + 0,009x_2 + 0,11x_3 + 0,004x_4 + 0,002x_5 \quad (5.21)$$

$a_1 = 0,01$ показывает, что на 0,01% увеличится прибыль при увеличении объёма СМР на 1%.

$a_2 = 0,009$ показывает, что на 0,009% увеличится прибыль при увеличении численности работников на 1%.

$a_3 = 0,11$ показывает, что на 0,11% увеличится прибыль при увеличении стоимости основных фондов на 1%.

$a_4 = 0,004$ показывает, что на 0,004% увеличится прибыль при увеличении производительности труда на 1%.

$a_5 = 0,002$ показывает, что на 0,002% увеличится прибыль при изменении налогов, начисляемым от прибыли на 1%.

$a_6 = 5,74$ показывает, что на 5,74% увеличится прибыль при изменении всех прочих факторов на 1%.

Коэффициент корреляции $r=0,78$ характеризует тесноту связи между прибылью и объёмом СМР. Так как $r>0$, то корреляция положительная.

Коэффициент корреляции $r=0,47$ характеризует тесноту связи между прибылью и численностью рабочих. Так как $r>0$, то корреляция положительная.

Коэффициент корреляции $r=0,79$ характеризует тесноту связи между прибылью и стоимостью основных производственных фондов. Так как $r>0$, то корреляция положительная.

Коэффициент корреляции $r=0,33$ характеризует тесноту связи между прибылью и производительностью труда. Так как $r>0$, то корреляция положительная.

Коэффициент корреляции $r=-0,51$ характеризует тесноту связи между прибылью и налогами исчисляемыми от прибыли. Так как $r<0$, то корреляция отрицательная.

Контрольные вопросы по теме 5.

1. Как рассчитываются параметры парной линейной регрессии?
2. Как провести оценку статистической значимости параметров уравнения парной регрессии?
3. Что такое коэффициент детерминации? Что он показывает?
4. Как определяется число степеней свободы для факторной и остаточной сумм квадратов?
5. Как используется F – критерий Фишера для оценки статистической надежности результатов регрессионного моделирования?
6. Приведите ряд моделей, нелинейных относительно: переменных, оцениваемых параметров.
7. Дайте определение коэффициента эластичности. Поясните его смысл. Как определяется коэффициент эластичности по разным видам регрессионных моделей?
8. В чем состоит спецификация модели множественной регрессии.
9. Сформулируйте требования, предъявляемые к факторам для включения их в модель множественной регрессии.
10. Сформулируйте основные предпосылки применения МНК для построения регрессионной модели.