

Лекция №6

1. Критериальный вид уравнения развития припотолочной зоны.
2. Решение уравнения динамики припотолочной зоны.

1. Запишем уравнение развития припотолочной зоны в виде разрешенном относительно производной:

$$\frac{dY_K}{dt} = -\beta - \gamma(Y_K + Y_o)^{5/3};$$

$$Y_{K(t=0)} = h - \delta; \quad (1)$$

$$\beta = \frac{(1-\varphi)Q_{\text{пож}}}{\rho_0 c_p T_0 F_{\text{пог}}}; \quad \gamma = \frac{0,21}{F_{\text{пог}}} \left[\frac{g Q_{\text{max}} (1-x)}{\rho_0 c_p T_0} \right]^{1/3};$$

В выражениях для $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ единственной зависящей от времени величиной является $Q_{\text{пож}}(t)$, так в нее входит площадь горения, которая на начальной стадии, как правило, увеличивается.

При горении твердого горючего материала на начальной стадии развития очага горения форму его можно считать круговой, и выразить площадь горения через время следующим образом:

$$F_r = \pi U_{\Pi}^2 t^2 \quad (2)$$

а массу сгоревшего вещества к моменту времени t :

$$M_{\tau} = \int_0^t \psi_{\text{уд}} F_r(t) dt = \frac{\pi}{3} U_{\Pi}^2 t^2 \psi_{\text{уд}} \quad (3)$$

Введем безразмерное время для кругового очага горения по соотношению:

$$\bar{t}^2 = \frac{F_{\Pi(t)}}{V_0^{2/3}} = \frac{\pi U_{\Pi}^2 t^2}{V_0^{2/3}}; \quad \bar{t} = \frac{\pi^{1/2} U_{\Pi} t}{V_0^{1/3}}; \quad (4)$$

где $\bar{t}$ - безразмерное время; $U_{\text{л}}$ - линейная скорость продвижения пламени вдоль ГМ, расширения очага горения.

Безразмерная координата нижней границы припотолочного слоя:

$$\bar{y}_{\text{к}} = \frac{y_{\text{к}}}{h} \quad (5)$$

Уравнение движения нижней границы припотолочной зоны в безразмерных координатах имеет вид:

$$-\frac{d\bar{y}_{\text{к}}}{d\bar{t}} = a A \bar{t}^2 + b \cdot A^{1/3} \cdot B^{4/3} \cdot F \cdot \bar{t}^{2/3} (\bar{y}_{\text{к}} + \bar{y}_0)^{5/3} \quad (6)$$

Здесь **a** и **b** численные параметры: $a = \frac{(1-\varphi)\eta}{\pi^{1/2}}$; $b = \frac{0,21(1-x)^{1/3}\eta^{1/3}}{\pi^{1/2}}$;

$A = \left[\frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}} \psi_{\text{уд}}}{\rho_0 C_{\text{р}} T_0 U_{\text{л}}} \right]$ - безразмерный параметр, характеризующий горючие свойства ГМ и теплофизические свойства окружающего воздуха.

Характерное значение величины А (мебель + линолеум ПВХ)

$$Q_{\text{н}}^{\text{р}} = 14000 \text{ кДж/кг} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}; \quad \psi_{\text{уд}} = 0,0137 \text{ кг/м}^2\text{сек};$$

$$U_{\text{л}} = 0,015 \text{ м/сек}$$

$$\text{Для воздуха: } T_0 = 293^{\circ}\text{K}; \quad \rho_0 = \frac{\mu_{\text{возд.}}}{22,4} \frac{273}{293} = \frac{(0,21 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28)}{22,4} \frac{273}{293} \approx 1,2 \text{ кг/м}^3;$$

$$C_{\text{р}} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^{\circ}\text{K}} \right] = \frac{7}{2} \bar{R} = \frac{7}{2} \cdot 8,314 \cdot 10^3 / 28,84 = 1009 \text{ Дж/кг}^{\circ}\text{K} \\ \approx 10^3 \text{ Дж/кг}^{\circ}\text{K}$$

$$\bar{R} = \frac{R_{\text{у}}}{\mu_{\text{ср}}} = 8,314 \cdot 10^3 / 28,84;$$

$$A = \frac{1,4 \cdot 10^6 \cdot 0,0137}{1,2 \cdot 1000 \cdot 293 \cdot 0,015} = 3,64;$$

$B = \left[\frac{h^{2/3}}{F_{\text{пот}}^{1/3}} \right]$ - безразмерный параметр, характеризующий геометрическую форму помещения;

При $h=6\text{м}$; $F_{\text{пот}} = 500\text{м}^2$; $B=0,416$; $B^{4/3} = 0,31$;

$F = \left(\frac{gh}{U_n^2} \right)^{1/3}$ - безразмерный параметр, характеризующий влияние естественной конвекции в сравнении с горизонтальным перемещением очага.

$$F = \left(\frac{9,81 \cdot 6}{0,015^2} \right)^{1/3} = 63,96 \quad (\text{Роль конвекции преобладает})$$

$$B^{4/3} * F = 19,86$$

$$\bar{y}_0 = \frac{1,5\sqrt{F_r}}{h} = \frac{1,5\sqrt{F_r}}{V_0^{1/3}} \cdot \frac{V_0^{1/3}}{h} = 1,5 \bar{t} \left(\frac{F_n^{1/3}}{h^{2/3}} \right) = 1,5 B^{-1} \bar{t};$$

В результате уравнение (6) перепишется в виде:

$$-\frac{d\bar{y}_k}{d\bar{t}} = a A \bar{t}^2 + b \cdot A^{1/3} \cdot B^{4/3} \cdot F \cdot \bar{t}^{2/3} (\bar{y}_k + 1,5 B^{-1} \bar{t})^{5/3} \quad (7)$$

$$\bar{y}_{k(\bar{t}=0)} = 1;$$

Характерные значения a и b для первой фазы развития пожара оцениваются из условий: $\varphi \approx 0,55$; $\chi \approx 0,06$; $\eta \approx 0,9$;

$$a = \frac{(1 - \varphi)}{\pi^{1/2}} = \frac{(1 - 0,55) * 0,9}{(3,14)^{1/2}} = 0,229 \approx 0,23$$

$$b = \frac{0,21 * (1 - \chi)^{1/3} * \eta^{1/3}}{\pi^{1/2}} = \frac{0,21 * (1 - 0,06) * 0,9^{1/3}}{(3,14)^{1/2}} = 0,112$$

Первая фаза продолжается до тех пор пока $\bar{y}_k$ не достигнет значения $\frac{y_{\text{д.п.}}}{h}$.

При высоте дверного проема $y_{\text{д.п.}} = 2\text{м}$ и $h=6\text{м}$:

$$\bar{y}_k^* = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

После этого момента через верх дверного проема будет истекать горячий газ (дым), и это обстоятельство необходимо учитывать при составлении материального баланса и баланса энергии припотолочного слоя (уравнения (4-5) предыдущей лекции).

Другим ограничением развития первой фазы развитие зонной модели является условие того, что диаметр колонки в месте сопряжения с припотолочной зоной превышает поперечные размеры помещения, то есть:

$$d_k > \sqrt{F_{\text{пот}}} \quad \text{или} \quad (Y_k + Y_0) > 1,5\sqrt{F_{\text{пот}}} \quad (8)$$

Необходимым условием выполнения последнего неравенства является условие:

$$\left| \frac{dY_k}{dt} \right| < 1,5 \pi^{1/2} U_{\text{л}} \quad \text{или} \quad \left| \frac{d\bar{Y}_k}{d\bar{t}} \right| < 1,5 \frac{V_0^{1/3}}{h} = 1,5 B^{-1} \quad (9)$$

Прежде чем приступить к решению уравнения (7) оценим отдельные его члены при различных $\bar{t}$ для рассмотренных параметров, как характерных:

$$A = 3,64; \quad A^{1/3} = 1,54; \quad B^{4/3} = 0,31; \quad B^{-1} = 2,4; \quad F = 63,96; \quad B^{4/3}F = 19,86; \quad a = 0,23;$$

$$b = 0,112;$$

$$aA = 0,8375; \quad b A^{1/3} B^{4/3} F = 3,425; \quad 1,5 B^{-1} = 3,6$$

Оценки сведены в таблицу:

$\bar{t}$	0	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,27	0,3	0,28*
1 ^{ый}	0	$8,4 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$3,35 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$6,1 \cdot 10^{-2}$	0,0754	
2'	0	$1,56 \cdot 10^{-1}$	0,46	0,73	0,961	1,165	1,353	1,4245	1,529	
$1,5 B^{-1} \bar{t}$	0	$3,6 \cdot 10^{-2}$	0,18	0,36	0,54	0,72	0,9	0,972	1,08	
2 ^{ой}	0	$1,66 \cdot 10^{-1}$	0,542	1,22	1,976	2,88	3,952	4,275	5,2	
$\bar{Y}_k^*$	1	0,9983	0,9765	0,915	0,81523	0,6695	0,47	0,383	0,225	$Y_{\text{д.п.}}$ 0,33
$-\frac{d\bar{Y}_k}{d\bar{t}}$	0	$1,66 \cdot 10^{-1}$	0,544	1,228	1,995	2,915	4,004	4,336	5,27	

Из таблицы видно, что 2^{ой} член при рассматриваемых параметрах значительно превышает 1^{ый} член, так что приближенное решение может быть получено с учетом только 2^{го} члена.

Время достижения уровня дверного проема 0,28 получено линейной интерполяцией.

Определим размерное время окончания первой фазы:

$$\bar{t} = \frac{\pi^{1/2} U_{\text{л}} t}{V_0^{1/3}}; \quad \longrightarrow \quad t = \frac{0,28 V_0^{1/3}}{\pi^{1/2} U_{\text{л}}} = \frac{0,28 (6*500)^{1/3}}{\pi^{1/2} * 0,015} = 152 \text{ сек}$$

Масса припотолочного слоя определяется интегрированием расхода газа поступающего в припотолочный слой:

$$M_2 = \int_0^t G_{\text{к}}(t) dt;$$

$$\begin{aligned} G_{\text{к}} &= 0,21 \left[\frac{g \rho_0^2 Q_{\text{пож}}}{C_p T_0} (1 - \chi) \right]^{1/3} (Y + Y_0)^{5/3} = \\ &= \frac{0,21 (1 - \chi)^{1/3} \rho_0 \left[\frac{g Q_{\text{пож}}}{C_p T_0 \rho_0} \right]^{1/3}}{F_{\text{пот}}} (Y + Y_0)^{5/3} \\ &= \gamma(t) \rho_0 F_{\text{пот}} (Y + Y_0)^{5/3}; \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \quad \gamma(t) (Y + Y_0)^{5/3} = \frac{G_{\text{к}}}{\rho_0 F_{\text{пот}}} \quad (10)$$

Перепишем уравнение движения припотолочного слоя в размерных переменных, используя (10):

$$-\frac{dY_{\text{к}}}{dt} = \frac{(1 - \varphi) Q_{\text{пож}}}{\rho_0 C_p T_0 F_{\text{пот}}} + \frac{G_{\text{к}}}{\rho_0 F_{\text{пот}}};$$

Решаем относительно $G_{\text{к}}$:

$$G_{\text{к}} = -\frac{dY_{\text{к}}}{dt} \rho_0 F_{\text{пот}} - \frac{(1 - \varphi) Q_{\text{пож}}}{C_p T_0} \quad (11)$$

В результате масса припотолочного слоя:

$$\begin{aligned} M_2 &= \int_0^t -\frac{dY_{\text{к}}}{dt} \rho_0 F_{\text{пот}} dt - \int \frac{(1 - \varphi) Q_{\text{пож}}}{C_p T_0} dt = M_0 \left(1 - \bar{Y}_{\text{к}} - \frac{A \bar{t}^3}{3} \right); \quad M_0 \\ &= \rho_0 V_0; \quad (12) \end{aligned}$$

$$\rho_2 = \frac{M_2}{V_2} = \frac{M_0 \left(1 - \bar{Y}_{\text{к}} - \frac{A \bar{t}^3}{3} \right)}{V_0 (1 - \bar{Y}_{\text{к}})} = \rho_0 \left(1 - \frac{A \bar{t}^3}{3(1 - \bar{Y}_{\text{к}})} \right); \quad (13)$$

Из уравнения (13) легко получить температуру припотолочного слоя:

$$T_2 = T_0 \frac{\rho_0}{\rho_2} = T_0 \left(1 - \frac{A\bar{t}^3}{3(1 - \bar{y}_k)} \right)^{-1} \approx T_0 \left(1 + \frac{A\bar{t}^3}{3(1 - \bar{y}_k)} \right) ; \quad (14)$$

Для рассматриваемого случая (см. таблицу) в конце первой фазы, когда $\bar{t} = 0,28$, а $\bar{y}_k = \bar{y}_{д.п.} = \frac{1}{3}$ температура T_2 равна:

$$T_2 = 293 \left(1 + \frac{3,64 * 0,28^3}{3 \left(1 - \frac{1}{3} \right)} \right) = 293(1 + 0,04) = 304,72^\circ\text{K}$$

Масса сгоревшего ГМ к моменту времени окончания первой фазы пожара ($\bar{t} = 0,28 \rightarrow t=152 \text{ с}$)

$$M_\tau = \frac{\psi_{уд} \pi U_{л}^2 t^3}{3} \approx \frac{0,0137 * \pi * 0,015^2 * 152^3}{3} = 11,33 \text{ кг}$$

Содержание CO_2 , CO и HCl в припотолочной зоне:

$$M_{\text{CO}_2} = M_\tau L_{\text{CO}_2} = 11,33 * 1,478 = 16,75 \text{ кг}$$

Парциальная плотность CO_2 :

$$\rho_{\text{CO}_2} = \frac{M_{\text{CO}_2}}{V_2} = \frac{16,75}{500 * (6-2)} = 0,0084 \text{ кг/м}^3 \ll 0,11 \text{ кг/м}^3 \rightarrow \text{П.Д.З.}$$

Парциальная плотность CO : $L_{\text{CO}} = 0,03 \text{ кг/кг}$;

$$\rho_{\text{CO}} = \frac{11,33 * 0,03}{2000} = 1,7 * 10^{-4} \text{ кг/м}^3 < 1,16 * 10^{-3} \text{ кг/м}^3 = \text{П.Д.З.}$$

Парциальная плотность HCl : $L_{\text{HCl}} = 0,0058 \text{ кг/кг}$;

$$\rho_{\text{HCl}} = \frac{11,33 * 0,0058}{2000} = 3,3 * 10^{-5} \text{ кг/м}^3 > 2,3 * 10^{-5} \text{ кг/м}^3 = \text{П.Д.З.}$$

Оптическая плотность дыма: $D = 47,7 \text{ Нп} * \text{м}^2 * \text{кг}^{-1}$

$$\mu_2 = \frac{DM_\tau}{V_2} = \frac{47,7 * 11,33}{2000} = 0,27 \text{ Нп/м};$$

Расстояние видимости в дыму, м:

$$l = \frac{2,38}{\mu_2} = \frac{2,38}{0,27} = 8,8 \text{ м}$$

Парциальная плотность кислорода определяется из условия баланса кислорода.

Масса воздуха поступившего в припотолочную зону равна:

$$M_b = M_2 - M_\tau$$

из них кислорода:

$$M_1 = M_b \frac{0,21 * 32}{0,21 * 32 + 0,79 * 28} = 0,233(M_2 - M_\tau);$$

Из этой массы кислорода примет участие в горении: $L_1 = 1,37 \text{ кг/кг}$;

$$M_- = M_\tau L_1 = 11,33 * 1,37 = 15,52 \text{ кг}$$

Парциальная плотность кислорода ρ_1 в припотолочной зоне:

$$\rho_1 = \frac{(M_2 - M_\tau) * 0,233 - M_-}{V_2};$$

$$\begin{aligned} M_2 = \rho_2 V_2 = \rho_0 \left(1 - \frac{At^3}{3(1 - \bar{y}_k)} \right) V_2 &= 1,2 * \left(1 - \frac{3,64 * 0,28^3}{3 - \left(1 - \frac{1}{3} \right)} \right) * 2000 \\ &= 2304 \text{ кг} \end{aligned}$$

$$\rho_2 = 1,152 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_1 = \frac{(2304 - 11,3) * 0,233 - 15,52}{2000} = 0,259 \text{ кг/м}^3 > 0,226 \text{ кг/м}^3 = \text{П. Д. З.}$$

Начальная парциальная плотность кислорода: $\rho_{01} = 1,2 * 0,233 = 0,2795 \text{ кг/м}^3$

После окончания первой фазы дальнейшее развитие зонной модели без введения каких-либо коррекций возможно в следующих условиях: вытеснение газов из помещения происходит в нижней точке помещения, то есть на уровне очага горения, и после достижения слоя горения газов уровня пола начинают выравниваться газы с параметрами состояния потолочной зоны, а разбившаяся колонна будет формировать новую припотолочную

зону с параметрами ρ_3, T_3 и т.д., в то время как «старая» припотолочная зона будет играть роль холодного воздуха.

Так температура в конвективной колонке будет определяться как:

$$T - T_2 = \frac{Q_{\text{пож}}(1 - \chi)}{C_p G} \quad (15)$$

а расход в струе:

$$G = 0,21 \left[\frac{g \rho_2^2}{C_p T_2} (1 - \chi) \right]^{1/3} (Y + Y_0)^{5/3} \quad (16)$$

Следует отметить, что

$$Q_{\text{пож}} = \eta_1 Q_{\text{н}}^p \psi_{\text{уд}} F_{\Gamma(t)},$$

где η_1 – полнота сгорания для второй фазы, и она может быть меньше чем на первой стадии, площадь горения $F_{\Gamma(t)}$ непрерывным образом развивается после окончания первой фазы. Операцию повтора расчета можно повторить до тех пор, пока будут выполняться наложенные раньше ограничения о малости площади горения по сравнению с $F_{\text{пот}}$. Каждая новая фаза развития припотолочной зоны будет завершаться все быстрее, так как растет расход газа в конвективной колонке, по мере увеличения площади горения.

В случае, если газ из припотолочной зоны выходит наружу, например, при достижении $Y_{\text{к}}$ верхнего уровня дверного проема уравнения баланса массы и энергии включают дополнительные члены с этого момента.

Так уравнение баланса массы приобретает вид:

$$\frac{dM_2}{dt} = \int_0^t G_{\text{к}} dt - \int_{t_{\text{д.п.}}}^{t_{(Y_{\text{к}}=0)}} \rho_2 U_2 (Y_{\text{д.п.}} - Y_{\text{к}}) b dt$$

Здесь U_2 - скорость горячих газов, истекающих через дверной проем М/сек. Как определять скорость U_2 будет показано дальше. Другой способ истечения горючих газов из припотолочной зоны – это формальное увеличение площади потолка на величину: $\Delta F_{(t)} = (Y_{\text{д.п.}} - Y_{\text{к}})b$, начиная с момента $Y_{\text{к}} = Y_{\text{д.п.}}$; b – ширина дверного проема.

Оценка влияния учета истечения горючих газов из припотолочной зоны выглядит так:

$$F_{\text{пот}(t)} = F_{0 \text{ пот}} \left(1 + \frac{(y_{\text{д.п.}} - y_{\text{к}})b}{F_{0 \text{ пот}}} \right) < F_{0 \text{ пот}} \left(1 + \frac{y_{\text{д.п.}}b}{F_{0 \text{ пот}}} \right);$$

При площади дверного проема много меньше площади потолка влиянием истечения через проем можно пренебречь. Если имеется несколько дверных проемов, то их площади суммируются.

При оценках зависящей от времени член $y_{\text{д.п.}} - y_{\text{к}(t)}$ можно заменить его средним значением $\frac{y_{\text{д.п.}}}{2}$.

Как отмечалось раньше наиболее благоприятным случаем исследования динамики припотолочного слоя является ситуация с постоянной площадью горения. В этом случае уравнение развития припотолочной зоны является уравнением разрешенным относительно производной и с разделяющимися переменными.