

Лекция №4.

1. Упругопластическая деформация под действием динамической нагрузки.
 2. Эквивалентные статические нагрузки и коэффициент динамичности. Предельные состояния I^{ой} и II^{ой} группы.
 3. Импульсное и квазистатическое нагружение. Динамическое нагружение.
1. Упругая деформация удобнее всего моделируется линейным осциллятором Рис. 1.

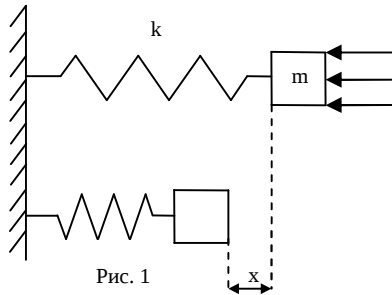


Рис. 1

Масса груза – m – [кг]

Сила сопротивления $R = -kx$, [Н]

Смещение груза – x – [м]

Коэффициент упругости – k – [Н/м]

Нагрузка, действующая на систему, характеризуется следующими параметрами. Рис. 2.

ΔP_m – максимальное значение нагрузки,

θ_1 – время нарастания давления в волне, [сек],

θ_2 – время спада давления в волне, [сек],

$\theta = \theta_1 + \theta_2$ – полное время действия нагрузки, [сек].

При $\theta_1 = 0$, нагрузка имеет ударный фронт.

Аналитическая запись зависимости нагрузки от времени:

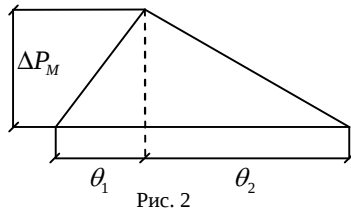


Рис. 2

$$g(t) = \begin{cases} t/\theta_1; & 0 \leq t \leq \theta_1 \\ 1 - \frac{t - \theta_1}{\theta_2}; & \theta_1 \leq t < \theta_2 \\ 0; & t > \theta_1 + \theta_2 \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение движения груза на пружине под действием нагрузки:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \Delta P_m g(t) - kx \quad (2)$$

Начальные условия: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 0$

Перепишем уравнение (2) в безразмерных переменных $\bar{x} = \frac{x}{x_y}$; $\tau = t \cdot \omega$; $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

$$\frac{d^2 \bar{x}}{d\tau^2} + \bar{x} = \frac{\Delta P_m}{R_m} g(t) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}(0) &= 0; \\ \dot{\bar{x}}(0) &= 0; \end{aligned} \quad R_m = kx_y.$$

где x_y – конец упругой деформации Рис. 3.

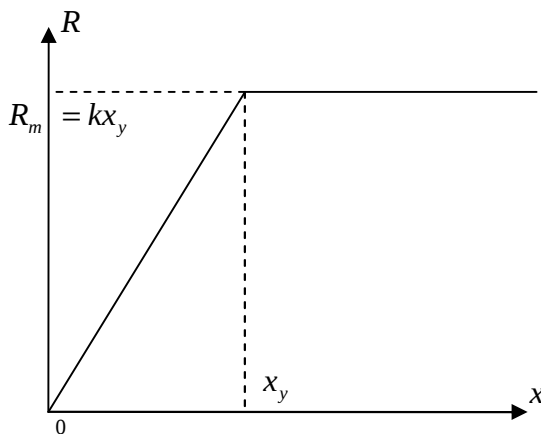


Рис. 3

Диаграмма сопротивление – деформация.

Участок OX_y – линейная деформация $R = kx$.

Участок $X > X_y$ – пластическая деформация.

$$R = R_m = kx_y = \text{const}$$

Для участка с нарастанием нагрузки и с упругой деформацией уравнения движения:

$$\ddot{\bar{x}} + \bar{x} = \frac{\Delta P_m}{R_m} \frac{\tau}{\tau_1}; \quad \tau_1 = \theta_1 \omega \quad (4)$$

$$\bar{x}(0) = 0; \quad \dot{\bar{x}}(0) = 0$$

Решение имеет вид:

$$\bar{x} = \frac{\Delta P_m}{R_m \tau_1} (\tau - \sin \tau) \quad (5)$$

$$\dot{\bar{x}} = \frac{\Delta P_m}{R_m \tau_1} (1 - \cos \tau) \quad (6)$$

Решения (5) и (6) справедливы пока выполняются оба условия $\bar{x} \leq 1$, $\tau \leq \tau_1$, то есть деформация упругая, т.к. $\bar{x} < 1 \Leftrightarrow x < x_y$ и нагрузка на стадии нарастания т.к.

$$\tau < \tau_1 \Leftrightarrow t < \theta_1.$$

Если первым будет нарушено условие сохранения нарастающей стадии нагрузки, то есть деформация оставаясь упругой изменяется под влиянием спадающей части нагрузки, то в уравнении (4) изменяется первая часть:

$$\ddot{\bar{x}} + \bar{x} = \frac{\Delta P_m}{R_m} \left(1 - \frac{\tau - \tau_1}{\tau_2} \right); \quad \tau_2 = \theta_2 \omega \quad (7)$$

А начальные условия:

$$\bar{x}(\tau_1) = \bar{x}_1 \text{ определяется из (5) при } \tau = \tau_1$$

$$\dot{\bar{x}}(\tau_1) = \dot{\bar{x}}_1 \text{ определяется из (6) при } \tau = \tau_1$$

Дальнейшее решение уравнения (7) продолжается либо до остановки, либо до смены закона деформации. Если уже на стадии нагрузки деформация перейдет в пластическую, то из уравнения (5) из условия $\bar{x} = 1$

Определяется время наступления пластической деформации, а из уравнения (6) определяется скорость деформации в конце упругой деформации. Уравнение (4) изменяется в связи с изменением закона сопротивления

$$\ddot{\bar{x}} + 1 = \frac{\Delta P_m}{R_m} \frac{\tau}{\tau_1} \quad \text{при } \tau_1 > \tau > \tau_y \quad (8)$$

$$\bar{x} = 1 \quad \text{при } \tau = \tau_y$$

$$\dot{\bar{x}} = \dot{\bar{x}}_y \quad \text{при } \tau = \tau_y$$

Решение уравнения (8) для $\tau_1 > \tau > \tau_y$ справедливо для времени $\tau = \tau_1$, а затем происходит изменение нагрузки, она начинает спадать, а значит уравнения (8) изменяется аналогично тому как (4) перешло в (7).

2. После того как рассмотрены все варианты изменения уравнений и начальных условий в связи со сменой режима деформации и изменения нагрузки со временем был проведено сравнение деформаций при динамической нагрузке и статической. В результате этого сравнения было установлено правило нахождения эквивалентной статической нагрузки. В рассматриваемом случае эквивалентная статическая нагрузка - это такая статическая нагрузка, которая вызывает такую же деформацию конструкции как и рассматриваемая динамическая. Для определения этой эквивалентной статической нагрузки вводится понятие коэффициента динамичности $k\alpha$.

$$P_{э.ст.} = k\alpha \Delta P_m \quad (9)$$

Коэффициент динамичности $k\alpha$ определяется в зависимости от соотношения параметров: ω, θ_1 и θ_2 и представлен в таблице №1

Таблица №1

θ_2/θ_1	$\omega\theta_1$						
	1	2	3	5	10	15	≥ 20
0	$\frac{0,25}{0,49}$	$\frac{0,38}{0,89}$	$\frac{0,5}{1,16}$	$\frac{0,61}{1,2}$	$\frac{0,64}{1,07}$	$\frac{0,72}{0,96}$	$\frac{1,0}{1,0}$
1	$\frac{0,3}{0,98}$	$\frac{0,45}{1,4}$	$\frac{0,6}{1,5}$	$\frac{0,74}{1,26}$	$\frac{0,82}{1,18}$	$\frac{0,86}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,0}$
3	$\frac{0,38}{1,3}$	$\frac{0,6}{1,56}$	$\frac{0,75}{1,58}$	$\frac{0,82}{1,3}$	$\frac{1,0}{1,22}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,0}$
5	$\frac{0,45}{1,58}$	$\frac{0,7}{1,72}$	$\frac{0,85}{1,62}$	$\frac{0,95}{1,3}$	$\frac{1,0}{1,22}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,0}$
10	$\frac{0,63}{1,76}$	$\frac{1,0}{1,8}$	$\frac{1,1}{1,66}$	$\frac{0,98}{1,3}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,15}$	$\frac{1,0}{1,0}$
15	$\frac{0,83}{1,81}$	$\frac{1,10}{1,82}$	$\frac{1,10}{1,7}$	$\frac{1,0}{1,35}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,0}$
25	$\frac{1,14}{1,87}$	$\frac{1,12}{1,84}$	$\frac{1,10}{1,7}$	$\frac{1,0}{1,4}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,15}$	$\frac{1,0}{1,0}$
50	$\frac{1,16}{1,91}$	$\frac{1,16}{1,85}$	$\frac{1,12}{1,7}$	$\frac{1,0}{1,4}$	$\frac{1,0}{1,2}$	$\frac{1,0}{1,15}$	$\frac{1,0}{1,0}$

Величины над чертой соответствуют расчету I^{ой} группе предельных состояний (по несущей способности), величины под чертой соответствуют расчету конструкций по II^{ой} группе предельных состояний (сохранение условий для дальнейшей эксплуатации). В основном на взрывоустойчивость расчеты ведутся по I^{ой} группе предельных состояний. Здания с большим пребыванием людей и там, где вероятность взрыва велика расчет ведется по II^{ой} группе.

Расчет по I^{ой} группе предельных состояний производится для предохранения конструкций от потери полной несущей способности вследствие пластического или хрупкого разрушения потери устойчивости формы или положения.

При этом в элементах и соединениях допускается значительные остаточные деформации вследствие кратковременного деформирования в пластической стадии. Для некоторых конструкций, в частности, ограждающих, возможно допущение полного разрушения.

4. Опишем некоторые аналитические приемы, существенно упрощающие процедуру вычислений максимальных деформаций или сопротивлений конструкции в режимах импульсного и квазистатического нагружений.

Рассмотрим упругую деформацию. В случае длительной нагрузки, когда

$\omega\theta_1 < 1$, а $\theta_2/\theta_1 > 40$. При таком нагружении максимальная деформация наблюдается при

максимальной потенциальной энергии деформации $u = \frac{kx_m^2}{2}$;

Потенциальная энергия запасается за счет работы силы нагрузки $W = P^* x_m$

Приравнивая потенциальную энергию работе внешних сил получим асимптотическое значение нагрузки при силовом нагружении в зависимости от величины деформации.

$$P^* = \frac{kx_m}{2} \quad (10)$$

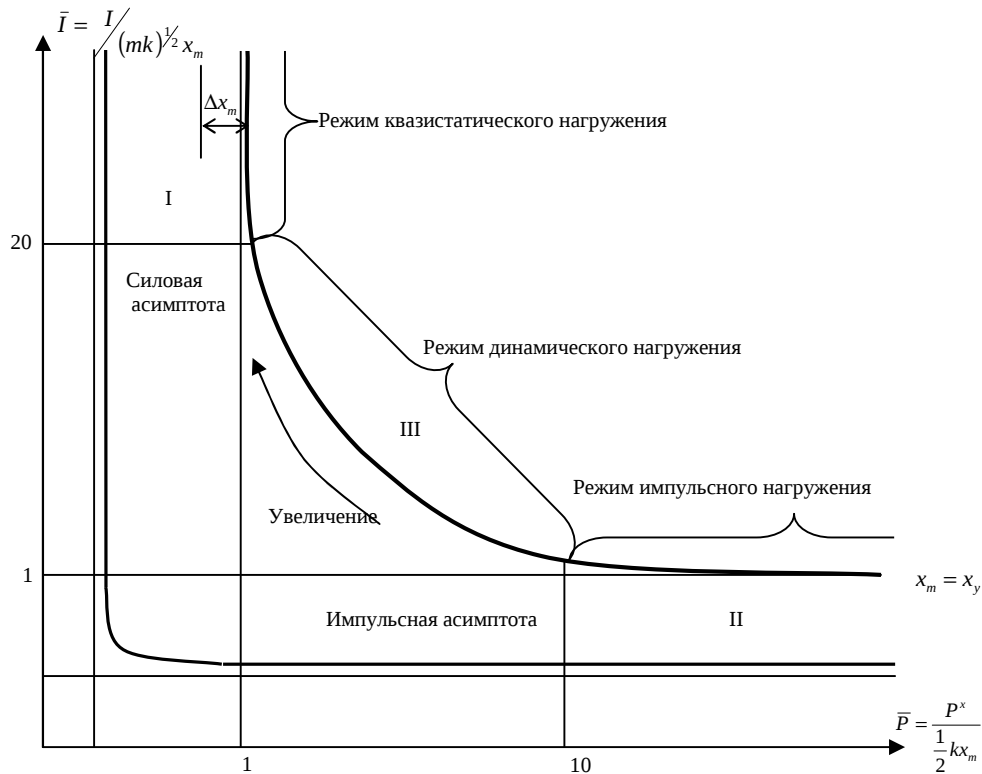
В случае, когда нагрузка действует на конструкцию в течении короткого времени, так что $\omega(\theta_1 + \theta_2) < 0,4$, то конструкция воспринимает полностью импульс нагрузки(волны) и

затем кинетическая энергия переходит в потенциальную $K = \frac{I^2}{2m} = \frac{1}{2}kx_m^2$

Из последнего выражения:

$$I^* = (km)^{\frac{1}{2}} x_m \quad (11)$$

Если теперь в координатах $P - I$ (давление – импульс) или отметить места с одинаковым значением деформации x_m , то выражения (10) и (11) дают асимптоты зависимостей x_m от давления импульса осциллятора нагруженного взрывной волной.



Из рисунка видно, что существует область I – квазистатического нагружения, когда изменение деформации(максимальной) зависит только от вариации ΔP_m , но не зависит от изменения импульса. Это режим квазистатического нагружения.

Область II – это область импульсного нагружения, когда максимальная деформация(её изменение) зависит только от изменения импульса нагрузки.

Область III – соответствует режиму динамического нагружения, когда максимальная деформация зависит от изменения и импульса и максимальной нагрузки.

Переход от импульсного нагружения к квазистатическому происходит по мере увеличения произведения ωT , где ω - характерная частота колебаний конструкции, T - характерное время изменения нагрузки.