Лекция №9.

Вероятностные параметры для полного цикла.

1.Соотношения между параметрами для восстанавливаемых и невосстанавливаемых элементов.

2.Основные соотношения между вероятностными параметрами для процесса ремонт-отказ при постоянной частоте отказов и для процесса отказ-ремонт при постоянной частоте ремонтов.

3.Основные соотношения для полного цикла при постоянной частоте отказов и ремонтов.

1.Рассматривается полный цикл, состоящий из повторения отдельных процессов ремонт-отказ и отказ ремонт. Предположим, что элемент мгновенно переходит в исправное состояние в начальный момент и, таким образом, служит как новый при t=0. Несколько отказов и ремонтов могут произойти до момента t>0. Момент t для полного цикла отличается от момента t для отдельного процесса ремонт-отказ, так как для полного цикла идет сквозной отчет времени от t=0, в то же время для процесса ремонт-отказ время отсчитывается от последнего ремонта, предшествующего моменту t. Обе шкалы времени совпадают тогда и только тогда когда элемент остается исправным до момента t. В этом случае время для процесса ремонт-отказ отсчитывается от начального момента для полного цикла, потому что элемент, как предполагается, мгновенно переходит в исправное состояние в начальный момент.

Вероятностные критерии для полного цикла определяются следующим образом:

A(t) – коэффициент готовности в момент времени t: вероятность того, что элемент является исправным в момент t при условии, что он был как новый в начальный момент.

Показатель надежности обычно отличается от коэффициента готовности, потому, что надежность подразумевает исправное состояние элемента в течение всего интервала времени (0, t).

Коэффициент готовности A(t) больше показателя надежности R (t) или равен ему:

$$A(t) \geq R(t) \quad (1)$$

Равенство в выражении A (t) = R(t) справедливо для невосстанавливаемых элементов, потому что элемент находится в исправном состоянии в том и только том случае, если он находится в этом состоянии в течение всего времени до момента t. Таким образом, A(t) = R(t) для невосстанавливаемых элементов. Коэффициент готовности для невосстанавливаемого элемента стремится к нулю при увеличении t ,в то время как коэффициент готовности для восстанавливаемого элемента приближается к нулевому положительному значению.

Типичные зависимости A(t) показаны на рис. 1

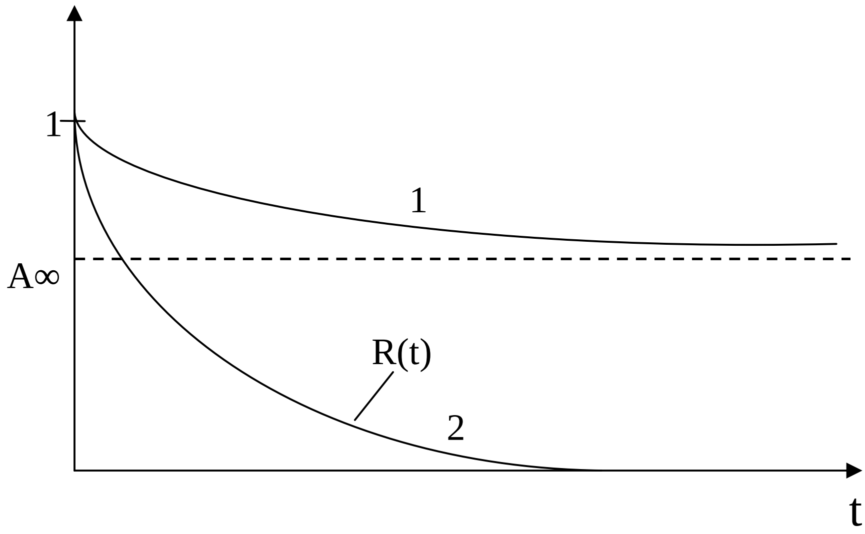

Рис.1 Схематическое представление зависимости коэффициента готовности A (t) для восстанавливаемых элементов - 1 и невосстанавливаемых – 2 элементов.

Q(t) – коэффициент простоя в момент t : вероятность того, что элемент находится в состоянии отказа в момент t при условии, что он мгновенно перешел в исправное состояние в начальный момент. Так как элемент находится либо в исправном состоянии, либо в состоянии отказа в момент времени t , коэффициент простоя Q(t) определяется через коэффициент готовности A(t) как

$$A(t) + Q(t) = 1$$

Из последнего соотношения и (1) следует, что

$$Q(t) < F(t) . \quad (2)$$

Другими словами. Коэффициент простоя Q(t) меньше показателя ненадежности F(t) или равен ему. Равенство справедливо для невосстанавливаемых элементов:

$$Q(t) = F(t) \text{ – для невосстанавливаемых элементов.}$$

/\ (t) – условная интенсивность отказов: вероятность того, что элемент отказывает в единицу времени в момент t при условии, что он находился в исправном состоянии в начальный момент и остается исправленным в момент t .

Величина /\ (t) dt есть вероятность того. что элемент отказывает в течение короткого интервала [t, t+dt) при условии, что в начальный момент он находился в исправном состоянии и является исправным в момент времени t.

Следует отметить, что величина r(t)dt представляет собой вероятность отказа элемента в интервале [t, t+dt) при условии, что элемент был отремонтирован (т.е. был как новый) в начальный момент и продолжал оставаться исправленным до момента t. Величина /\(t)dt отличается от r(t)dt, так как последняя определяется при условии непрерывного исправного состояния до момента t, т.е. в интервале [0, t] не произошло ни одного отказа. /\ (t) ≠ r(t) в общем случае.

Интенсивность отказов /\ (t) совпадает с частотой отказов r(t) для невосстанавливаемых элементов, потому что элемент является исправным только при условии, что он был непрерывно исправным до момента t. /\(t) =r(t) для невосстанавливаемых элементов.

Кроме того интенсивность отказов /\ (t) превращается в частоту отказов для постоянной частоты отказов r:

r=/\ при r=const   (3)

W(t) – безусловная интенсивность отказов в момент t: вероятность того, что элемент отказывает в единицу времени в момент t при условии, что в начальный момент он был исправлен μ(t) – условная интенсивность ремонтов: вероятность того, что элемент отремонтирован в единицу времени в момент времени t при условии, что он мгновенно перешел в исправленное состояние в момент t=0 и находится в состоянии отказа в момент t.

Интенсивность ремонтов обычно отличается от частоты ремонтов m(t). Окончательно для взаимосвязи между μ(t) и m(t) имеются следующие особые случаи:

μ(t) = m(t)=0   невосстанавливаемых элементов   (4)

μ(t) = m(t)   – (при m=const)

V(t) – безусловная интенсивность ремонтов: вероятность быть отремонтированным в единицу времени в момент t при условии, что исправен при t=0.

Среднее время между отказами равно сумме СНДО и СПР т. е.

СВМО= СНДО + СПР (5)

СВМР – среднее время между ремонтами: ожидаемый промежуток времени между двумя последовательными ремонтами.

СВМР = СПР + СНДО: СВМР = СВМО (6)

Постоянная частота отказов значительно упрощает анализ систем и поэтому пользуется очень большой популярностью у специалистов по анализу систем и оптимизации.

Предположение о постоянной частоте оправдано , если:

1. Элемент новый (после приработки)
2. Элемент является электронным устройством на твердотельных элементах.
3. Рассматриваемый элемент состоит из многих входящих в него элементов.
4. Данные настолько ограничены, что более сложная математическая обработка неоправданна.

При постоянной частоте отказов, частота равна условной интенсивности отказов т.е. /\ = r

Обозначим обе величины как /\

Вспомнив, что r(t) = $\frac{f(t)}{1-F(t)}$ и считая r = /\ = const

Перепишем

$$/\backslash=\frac{\partial F/\partial t}{1-F(t)};\ /\backslash dt=\frac{\partial F}{1-F(t)};\ \int_0^t /\backslash dt=-\ln[1-F(t)]\,\Big|_0^t;$$

$$/\backslash t=\ln\frac{1-F(0)}{1-F(t)}\quad ;\ F(0)=0\ ;$$

$$/\backslash t=-\ln(1-F(t))\ ;\ R=1-F(t)=e^{-/\backslash t};$$

$$F(t)=1-e^{-/\backslash t};\ f(t)=/\backslash e^{-/\backslash t};$$

$$СНДО=\int_0^\infty t\,/\backslash e^{-/\backslash t}dt=\frac{1}{/\backslash};\ (7)$$

СНДО экспериментально можно определить как среднеарифметическую величину времени до отказа. Условная интенсивность отказов /\ есть обратная величина от СНДО.

При $t=\frac{1}{/\backslash}=$ СНДО F=(1-e^{-1})=0.63 (8)

Когда распределение отказов известно, можно получить СНДО, определив время, для которого удовлетворяется равенство

F(t) = 0,63

Когда частота ремонтов постоянна, она совпадает с условной интенсивностью ремонтов и обозначается

Имеет место соотношения:

G(t)= 1 - $e^{-\mu t}$

g(t)= $\mu e^{-\mu t}$

СПР=$\int_0^\infty t\,\mu e^{-\mu t}dt=\frac{1}{\mu}$; (9)

/\ и μ приблизительно можно определить из условия /\=$\frac{1}{t}$ при F(t) = 0.63, и μ=$\frac{1}{t}$ при G(t)=0.63

Для полного цикла ремонт-отказ-ремонт наиболее просто определяется асимптотический коэффициент простоя при t→∞

$$Q(\infty)=\lim_{t\to\infty}\frac{\text{СПР}}{\text{СНДО}+\text{СПР}}=\frac{\mu}{\mu+/\backslash} \qquad (10)$$

$$A(\infty)=\lim_{t\to\infty}\frac{\text{СНДО}}{\text{СНДО}+\text{СПР}}=\frac{/\backslash}{\mu+/\backslash} \qquad (11)$$

Основные соотношения для моделей с постоянной частотой.

Процесс	Элементы	
	Восстанавливаемые	Невосстанавливаемые
Ремонт- отказ	r(t)=Λ ;R(t)= $e^{-\Lambda t}$ F(t)=1-$e^{-\Lambda t}$ f(t)= $\Lambda e^{-\Lambda t}$ СНДО=$\frac{1}{\Lambda}$	r(t)=Λ ;R(t)= $e^{-\Lambda t}$ F(t)=1-$e^{-\Lambda t}$ f(t)= $\Lambda e^{-\Lambda t}$ СНДО=$\frac{1}{\Lambda}$
Отказ-ремонт	m(t)=μ G(t)= 1 - $e^{-\mu t}$ g(t)= μ$e^{-\mu t}$ СПР=$\int_0^\infty t\,\mu e^{-\mu t}dt$= $\frac{1}{\mu}$	m(t)=μ=0 G(t)=0 g(t)=0 СПР=∞
Для полного процесса	Q(t)= $\frac{\Lambda}{\mu+\Lambda}$ [1- $e^{-(\Lambda+\mu)t}$] A(t)= $\frac{\mu}{\mu+\Lambda}$ + $\frac{\Lambda}{\mu+\Lambda}e^{-(\Lambda+\mu)t}$ ω (t)= $\frac{\Lambda\mu}{\mu+\Lambda}$ + $\frac{\Lambda^2}{\mu+\Lambda}e^{-(\Lambda+\mu)t}$ V(t)= $\frac{\Lambda\mu}{\mu+\Lambda}$[1- $e^{-(\Lambda+\mu)t}$] W(0,t)= $\frac{\Lambda\mu}{\mu+\Lambda}$ t + + $\frac{\Lambda^2}{(\mu+\Lambda)^2}[e^{-(\Lambda+\mu)t}]$ V(0,t)= $\frac{\Lambda\mu}{\mu+\Lambda}$ t - $-$ $\frac{\Lambda\mu}{(\mu+\Lambda)^2}[e^{-(\Lambda+\mu)t}]$ $\frac{dQ(t)}{d(t)}$ = -(μ + Λ)Q(t) + Λ ; Q(0)= 0	Q(t)= 1-$e^{-\Lambda t}$= F(t) A(t)= $e^{-\Lambda t}$=R(t) ω (t)= $\Lambda e^{-\Lambda t}$ V(t)=0 W(0,t)= 1-$e^{-\Lambda t}$= F(t) V(0,t)=0 $\frac{dQ(t)}{d(t)}$ =ΛQ(t)+ Λ ; Q(0)= 0
Установившиеся значения	Q(∞)= $\frac{\Lambda}{\mu+\Lambda}$=$\frac{\text{СПР}}{\text{СНДО}+\text{СПР}}$ A(∞)= $\frac{\mu}{\mu+\Lambda}$ =$\frac{\text{СНДО}}{\text{СНДО}+\text{СПР}}$ W(∞) и V(∞)= $\frac{\Lambda\mu}{\mu+\Lambda}$=$\frac{1}{\text{СНДО}+\text{СПР}}$ $\frac{Q(t)}{Q(\infty)}$= 0.632 при t=$\frac{1}{\mu+\Lambda}$	Q(∞)=1 A(∞)= 0 W(∞)=V(∞)=0 $\frac{Q(t)}{Q(\infty)}$= 0.632; t=$\frac{1}{\Lambda}$

Основные результаты лекции.

1. Коэффициент простоя для элемента в полном цикле ремонт-отказ-ремонт и т.д. всегда меньше чем показатель ненадежности для этого же элемента:

   $$Q(t) < F(t).$$

   То есть ремонт восстанавливает элемент и продлевает его срок службы.
2. Среднее время между отказами и среднее время между ремонтами равны

СВМО = СВМР = СНДО + СПР

3. При постоянной частоте отказов /\

$$\text{СНДО} = \int_0^\infty t f(t)dt = \frac{1}{/\backslash}$$

При постоянной частоте ремонтов μ

$$\text{СПР} = \frac{1}{\mu}$$

4. Коэффициент простоя для восстанавливаемого элемента стремится к постоянной величине при $t \to \infty$

$$Q(\infty) = \frac{/\backslash}{\mu + /\backslash} < 1$$