

Лекция №8.

Полный цикл [ремонт-отказ-ремонт].

1. Основные параметры полного цикла, их определение.
2. Вероятностные параметры для процесса ремонт – отказ.
3. Основные вероятностные параметры для процесса отказ-ремонт.

Восстанавливаемый элемент испытывает неоднократное повторение цикла ремонт-отказ-ремонт. Характеристики таких элементов можно получить, рассматривая элемент как образец из большой группы подобных элементов, подвергающихся аналогичным повторным применениям. Графики временных зависимостей для каждого образца из группы в 10 элементов приведены на рис. 1. Графики построены с использованием таблицы №1.

Таблица №1.

Элемент	t до ремонта	t до отказа	Наработка до отказа	Элемент	t до ремонта	t до отказа	Наработка до отказа
1	0	3,1	3,1	5	0	4,8	4,8
1	4,5	6,6	2,1	6	0	3	3
1	7,4	9,5	2,1	7	0	1,4	1,4
2	0	1,05	1,05	7	3,5	5,4	1,9
2	1,7	4,5	2,8	8	0	2,85	2,85
3	0	5,8	5,8	8	3,65	6,7	3,05
3	6,8	8,8	2,0	9	0	4,1	4,1
4	0	2,1	2,1	9	6,2	8,95	2,75
4	3,8	6,4	2,6	10	0	7,35	7,35

На рис.1 предполагается, что все элементы в момент времени $t=0$ находятся в исправном состоянии. Исправное состояние образца характеризуется нижним горизонтальным отрезком , переход в неисправное состояние то есть отказ характеризуется вертикальным участком , то есть отказ происходит мгновенно, неисправное состояние элемента характеризуется верхним горизонтальным участком , переход в исправное состояние происходит мгновенно  сверху вниз.

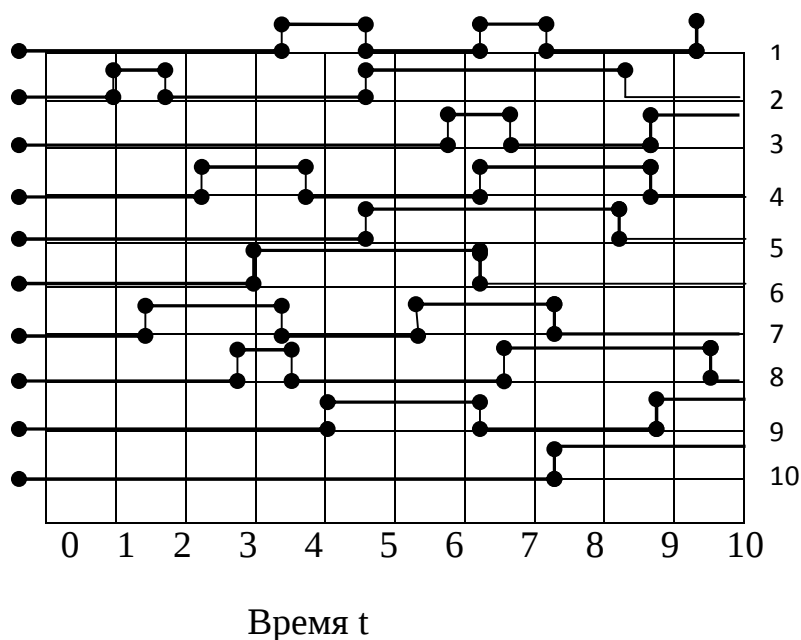


Рис.1 График состояния элементов верх-отказ; низ- исправное состояние. Ведем вероятностные параметры, которые характеризуют группу десяти элементов см. рис.1.

Коэффициент готовности $A(t)$ в момент t есть вероятность того, что элемент является исправным в момент t . Он равен числу исправных элементов в момент t , деленному на общее число образцов. Например, $A(5) = \frac{6}{10} = 0.6$

Необходимо отметить, что исправные элементы в момент времени t имеют различные сроки службы, которые отличаются от t . Например элемент 1 (рис.1, табл.1) имеют срок службы 0,5 в момент 5, в то время как элемент 4 имеет срок службы 1,2.

Коэффициент простоя $Q(t)$ есть вероятность того, что элемент находится в состоянии отказа в момент t и равен числу отказавших элементов в момент t , деленному на общее число образцов.

$$Q(5) = \frac{4}{10} = 0.4$$

Безусловная интенсивность отказов $W(t)$ есть вероятность того, что элемент отказывает в единицу времени в момент t . На рис. 1 видно, что элементы 3 и 7 отказывают в интервале $[5, 6)$. Таким образом,

$$W(5) = \frac{2}{10} = 0.2$$

Величина $W(5) * 1$ равна ожидаемому числу отказов $W(5,6)$ в интервале $[5, 6)$
 Ожидаемое число отказов $W(0,6)$ в интервале $[0,6)$ оценивается по сумме. Точное значение $W(0,6)$ определяется интегрированием

$$W(0,6) = \int_0^6 \omega(t) dt$$

$$w(0) * 1 = 0 \quad w(3) = 1$$

$$w(1) * 1 = 2 \quad w(4) = 3 \quad W(0,6) = \frac{0 * 1 + 2 * 1 + 3 * 1 + 1 * 1 + 3 * 1 + 2 * 1}{10} = \frac{11}{10} = 1.1$$

$$w(2) * 2 = 3 \quad w(5) = 2$$

Безусловная интенсивность ремонтов $v(t)$ и ожидаемое число ремонтов $V(t_1, t_2)$ можно определить подобно $w(t)$ и $W(t_1, t_2)$

Имеется еще один параметр отказа, который нужно определить.

Рассмотрим другую группу элементов, которые находятся в исправном состоянии в момент t . Когда $t=5$, эта группа состоит из элементов: 1,3,4,5,7,8,10. Условная интенсивность отказов $\wedge(t)$ есть доля элементов отказавших в единицу времени $[5,6)$ – это элементы 3 и 7, среди всех исправных к моменту $t=5$ – это 1,3,4,5,7,8,10.

$$\text{Таким образом } \wedge(5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Условную интенсивность ремонтов $\mu(t)$ определяют подобным образом.

Пример: Подсчитать значения $R(t), F(t), f(t), r(t), A(t), Q(t), w(t), W(t)$ и $\wedge(t)$ для 10 элементов при $t=5$ и $t=9$.

Решение: Необходимо иметь данные по наработке до отказа, или срокам службы, для того чтобы вычислить $R(t), F(t), f(t)$ и $r(t)$

Так как эти параметры относятся к процессу ремонт-отказ. (смотри табл. №1 и №2)

В таблице № 2 представлены данные по выходу из строя элементов. Эти данные получены из приведенных выше (рис.1, таблица №1) значений наработок до отказа (НДО), которых всего 18. Принималось, что каждая наработка до отказа начинается с 0, и что после ремонта каждый элемент ведет себя как новый.

Таблица №2

t	L(t)	R(t)	F(t)	n(t+Δ)-n(t)	f(t)	r(t) = $\frac{f(t)}{R(t)}$
0	18	1,0	0	0	0	0
1	18	1	0	3	0,1667	0,1667
2	15	0,8333	0,1667	8	0,4444	0,5333
3	7	0,3889	0,6111	3	0,1667	0,4286
4	4	0,2222	0,7778	2	0,1111	0,5
5	2	0,1111	0,8889	1	0,0556	0,5
6	1	0,0556	0,9444	0	0	0
7	1	0,0556	0,9444	1	0,0556	1
8	0	0	1	0	0	0
9	0	0	1	0	0	-

Таким образом, при $t=5$ получим $R(5)=0,1111$, $F(5)=0,8889$, $f(5)=0,0556$, $r(5)=0,5$, а при $t=9$ $R(9)=0$, $F(9)=1$, $f(9)=0,5$, $r(9)$ - не определено.

Параметры $A(t)$, $Q(t)$, $w(t)$, $W(t)$ и $\Lambda(t)$ определяется из анализа рис 1 для полного цикла ремонт-отказ-ремонт.

$$A(5)=0,6 ; Q(5)=4 ; w(5)=0,2;$$

$$W(0,5)=0,9 ; W(0,5)=(0*1+2*1+2*1+2*1+3*1)/10=0,9$$

$$\Lambda(5)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} ;$$

$$\text{При } t=9; A(9)=0,6 ; Q(9)=0,4; w(9)=0,1;$$

$$W(0,9)=W(0,5)+(2*1+3*1+1*1+2*1)/10=0,9+0,8=1,7; \Lambda(9)=\frac{1}{6};$$

2. Основные вероятностные параметры для процесса ремонт-отказ были рассмотрены ранее для невосстанавливаемых элементов. Все эти параметры можно приспособить и для восстанавливаемых элементов до первого отказа, а также к состоянию элементов между ремонтами, если считать время смещенным, так что $t=0$ после ремонта и элемент считается новым.

И так: $R(t)$ – показатель надежности в момент t - это вероятность того, что элемент не откажет в интервале $(0,t]$, при условии, что элемент был отремонтирован в момент $t=0$.

Кривая $R(t)$ в зависимости от времени монотонно убывающая функция со следующими асимптотическими свойствами:

$$\lim_{t \rightarrow 0} R(t) = 1; \lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0 \quad (1)$$

$F(t)$ – показатель ненадежности в момент времени t ; вероятность того, что элемент откажет первый раз в интервале $[0, t)$ при условии, что он был отремонтирован в начальный момент. Кривая $F(t)$ – распределение отказов, и является монотонно возрастающей функцией t , с асимптотикой:

$$\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = 0; \lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1 \quad (2)$$

Очевидно соотношение $R(t) + F(t) = 1$, так в любой момент времени элемент либо исправен, либо отказал первый раз в момент t .

Разность $F(t_2) - F(t_1)$ (при $t_2 \geq t_1$) есть вероятность того, что элемент впервые откажет в интервале $[t_1, t_2)$, если он был как новый в начальный момент.

$f(t)$ - плотность вероятности отказов: первая производная от $F(t)$

$$f(t) = d(t) / dt \quad (3)$$

Или в эквивалентной форме :

$$f(t)dt = F(t + dt) - F(t) \quad (4)$$

Показатель ненадежности $F(t)$ получится интегрированием т.е

$$F(t) = \int_{t_1}^{t_2} f(u) dU \quad (5)$$

Подобно этому :

$$F(t_2) - F(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f(u) dU \quad (6)$$

Показатель надежности

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(u) dU \quad (7)$$

Последние соотношения проиллюстрированы на рис 2

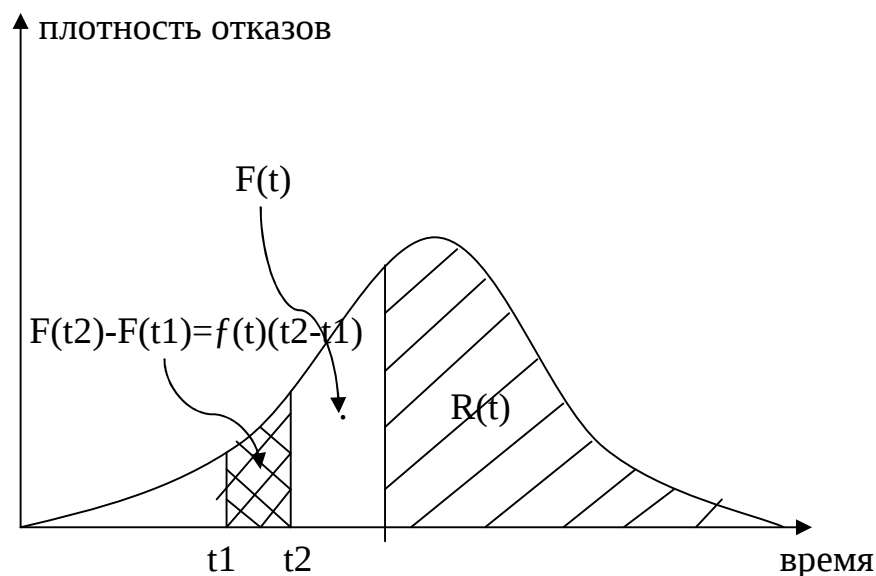


Рис. 2 – Соотношения для вероятности, выраженные через $f(t)$

$r(t)$ – частота отказов: вероятность того, что элемент отказывает в единицу времени в момент времени t при условии, что элемент был отремонтирован в начальный момент и не отказал до момента t .

Величина $r(t) dt$ – есть вероятность того, что элемент откажет в интервале $[t, t + dt)$ при условии, что элемент имеет срок службы равный t , то есть элемент работает от $t=0$ и до момента t .

Элемент с постоянной частой отказов r рассматривается, как новый элемент, если он продолжает функционировать.

НДО – наработка до отказа: промежуток времени от ремонта до первого отказа.

Нарботка до отказа является случайным переменным параметром, так как невозможно заранее предсказать точное время первого отказа.

СНДО – средняя наработка до отказа: ожидаемое значение наработки до отказа.

Эта величина определяется по формуле:

$$\text{СНДО} = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (8)$$

Величина $f(t) dt$ есть вероятность того, что НДО близко к t ; таким образом, величина, определяемая по последней формуле, есть среднее значение всех возможных НДО.

$$\text{СНДО} = \sum_i^n (\text{НДО})_i / n \quad (9)$$

Пример: Определить СНДО для предыдущего промера

а) используя данные только до первых отказов;

б) используя данные для всех отказов:

Решение:

а) Первых отказов всего 10, так как 10 элементов из таблицы №1

$$(\text{СНДО})_a = \frac{3,1+1,05+5,8+2,1+4,8+3+1,4+2,85+4,1+7,35}{10} = 4,035$$

б) Всего отказов (18) в том числе (10) первых

$$(\text{СНДО})_в = (\text{СНДО})_a * \frac{10}{18} + \frac{2,1+2,1+2,8+2+2,6+1,9+3,05+2,75}{18} = 3,31$$

3. Рассмотрим процесс, начинающийся с отказа и оканчивающийся первым ремонтом. Начало отсчета времени сместим таким образом, чтобы $t=0$ при отказе данного элемента.

Вероятностные параметры определяем из условия, что элемент отказывает в начальный момент времени.

$G(t)$ – вероятность ремонта в момент времени t : вероятность того, что ремонт завершается до момента времени t , при условии того что элемент отказал в начальный момент.

Кривая $G(t)$ в зависимости от t есть функция распределения ремонтов. Она обладает такими же свойствами, что и кривая распределения отказов $F(t)$

$$\lim_{t \rightarrow 0} G(t) = 0; \lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 1$$

$g(t)$ – плотность вероятности ремонтов; первая производная от $G(t)$;

$$g(t) = \frac{dG(t)}{dt}; g(t)dt = G(t+dt) - G(t)$$

Таким образом, величина $g(t) dt$ есть вероятность того что элемент отремонтирован в интервале $[t, t+dt)$ при условии, что он отказал в начальный момент эксплуатации. Плотность ремонтов связана с распределением ремонтов и с разностью распределения ремонтов следующим образом:

$$G(t) = \int_0^t g(u) du; G(t_2) - G(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} g(u) du$$

Следует отметить, что $G(t_2) - G(t_1)$ есть вероятность того, что элемент отремонтирован в интервале $[t_1, t_2)$ при условии, что он отказал в начальный момент времени.

$m(t)$ – частота ремонтов: вероятность того, что элемент отремонтирован в единицу времени в момент t при условии, что элемент отказал в момент $t=0$ и находился в состоянии отказа до момента t .

Величина $m(t)dt$ есть вероятность того, что элемент отремонтирован в интервале $[t, t+dt)$ при условии, что продолжительность пребывания в состоянии отказа равна t . Продолжительность состояния отказа означает, что элемент отказал в начальный момент и находился в этом состоянии до момента t . Если частота не зависит от продолжительности состояния отказа t , ее обозначают просто m . Элемент с постоянной частотой ремонтов имеет одинаковый шанс быть отремонтирован, когда бы он не отказал, а невосстанавливаемый элемент имеет частоту ремонтов равную 0.

ПР – продолжительность ремонта, промежуток времени от отказа до первого последующего ремонта.

Продолжительность ремонта есть случайный переменный параметр, потому что первый ремонт завершается в произвольный момент.

СПР – средняя продолжительность ремонта: ожидаемая величина продолжительности ремонта ПР.

Средняя продолжительность ремонта определяется как

$$\text{СПР} = \int_0^{\infty} t g(t) dt$$

Пример. Были зарегистрированы следующие продолжительности ремонтов(ПР) электрических двигателей.

№ ремонта	Время ,часы	№ ремонта	Время ,часы
1	3,3	10	0,8
2	1,4	11	0,7
3	0,8	12	0,6
4	0,9	13	1,8
5	0,8	14	1,3
6	1,6	15	0,8
7	0,7	16	4,2
8	1,2	17	1,1
9	1,1		

Определить $G(t)$, $g(t)$ и СПР

Решение: $N=17$ - суммарное число ремонтов

$t(\text{ПР})$	Число законченных ремонтов	$G(t)=\frac{M(t)}{N}$	$g(t)=\frac{G(t+\Delta)-G(t)}{\Delta}$	$m(t)=\frac{g(t)}{1-G(t)}$
0,0	0	0	0	0
0,5	0	0	0.9412	0.9412
1,0	8	0.4706	0.5882	1.110
1,5	13	0.7647	0.2354	1.0004
2,0	15	0.8824	0	0
2,5	15	0.8824	0	0
3,0	15	0.8824	0.1176	1
3,5	16	0.9412	0	0
4,0	16	0.9412	0.1176	2.0
4,5	17	1	-	-

$$\text{СПР}=(0,25*0+0,75*0,9412+1,25*0,5882+1,75*0,2354+$$

$$+2,25*0+2,75*0+3,25*0,1176+3,75*0+4,25*0,1176)*0,5=1,3676$$

$$\text{СПР}=\frac{3,3+1,4+0,8+0,9+0,8+1,6+0,7+1,2+1,1+0,8+0,7+0,6+1,8+1,3+0,8+4,2+1,1}{17}=1,3588$$

Основные результаты лекции.

1. Элемент в процессе работы может испытать несколько отказов и ремонтов. Характеристики таких элементов отличаются от характеристик элементов, работающих только до первого отказа. Коэффициент простоя $G(t)$ есть вероятность того, что элемент находится в состоянии отказа в момент t , и равен числу отказавших элементов в момент t , деленному на общее число образцов. Безусловная и условная интенсивности отказов характеризуются числом отказов в единицу времени отнесенное к или общему числу элементов или только к тем, которые находятся в исправленном состоянии к моменту t .

2. Для процесса ремонт-отказ сохраняются ранее введенные понятия: показатель надежности $R(t)$, показатель ненадежности $F(t)$, плотность

вероятности отказов $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$ частота отказов $r(t) = \frac{f}{1-F(t)}$

НДО- наработка до отказа, случайная величина- промежуток времени от ремонта до первого отказа.

СНДО- средняя наработка до отказа: ожидаемое значение наработки до отказа

$$\text{СНДО} = \int_0^{\infty} t f(t) dt$$

$$\text{СНДО} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{НДО})_i}{n};$$

3. Для процесса отказ-ремонт вводится понятие вероятности ремонта $G(t)$,

аналогичное вероятности отказа $g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$ -плотность вероятности ремонтов.

Средняя продолжительность ремонтов- СПР: ожидаемая величина продолжительности ремонта ПР.

$$\text{СПР} = \int_0^{\infty} t g(t) dt : \text{СПР} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{ПР})_i}{n};$$

