

Практическое занятие № 5

На тему: «Расчет деревянных элементов на кривой изгиб»

Когда направление действия нагрузки не совпадает с главными осями изгибаемого элемента, имеет место случай кривого изгиба (рис.1). В деревянных конструкциях явление кривого изгиба встречается при работе элементов (панелей, прогонов), установленных на наклонной плоскости, образованной верхней гранью несущих конструкций покрытия.

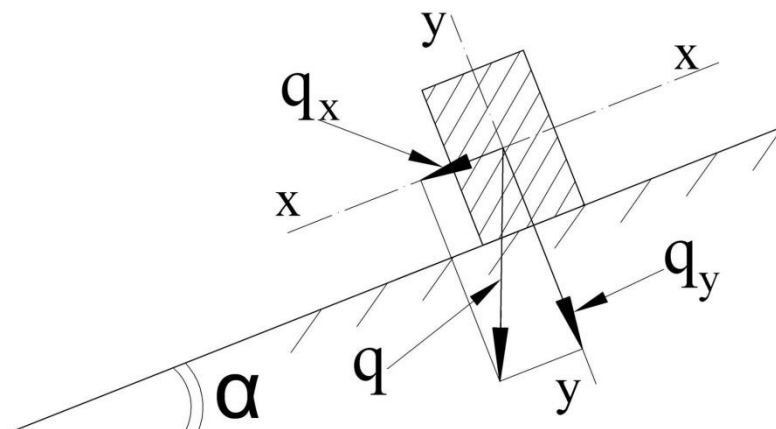


Рис. 1. Схема работы деревянного бруса на кривой изгиб

Для расчета элементов КДиП на кривой изгиб следует разложить нагрузку на главные оси элемента:

на ось X-X $q_x = q \sin \alpha$, на ось Y-Y $q_y = q \cos \alpha$,

где α - угол наклона опорной плоскости по отношению к горизонту.

В соответствии с расчетной схемой элемента изгибающие моменты от каждой проекции составят: относительно оси X-X $M_x = f(q_y)$, относительно оси Y-Y $M_y = f(q_x)$. Для сечения прямоугольной формы со сторонами b и h соответствующие моменты сопротивления составят: относительно оси X-X $W_x = bh^2/6$ и относительно оси Y-Y $W_y = hb^2/6$. Прочность изгибаемого элемента на действие нормальных напряжений при кривом изгибе проверяют по формуле:

$$\sigma_u = M_x / W_x + M_y / W_y \leq R_u,$$

Прогиб элемента при кривом изгибе определяют по формуле:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq f_u$$

где f_x определяется от нагрузки q_x при $J_y = hb^3/12$,

f_y определяется от нагрузки q_y при $J_x = bh^3/12$,

f_u - предельный прогиб по СП 20.13330.2016.

Задача 9.

Запроектировать прогоны для холодного покрытия неотапливаемого здания при следующих условиях (см. рис.2):

Прогоны из цельной древесины, работают по балочной схеме;

Кровля из волнистых асбестоцементных листов унифицированного профиля 1750x1125 мм по ГОСТ 16233;

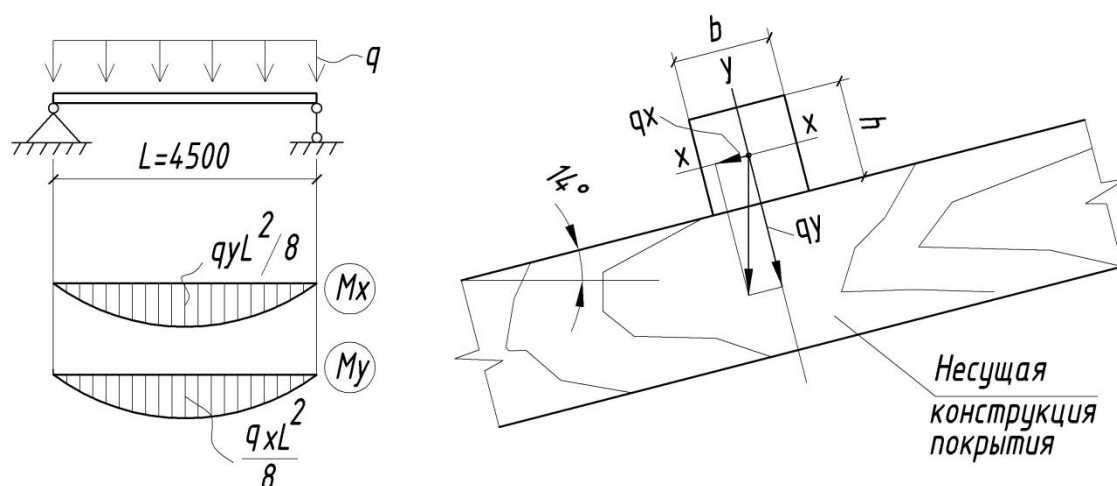
Шаг несущих конструкций – $B=4,5$ м;

Уклон покрытия – $\alpha = 14$ градусов;

Температурно-влажностные условия эксплуатации 2 (табл. 1 СП 64.13330.2017 /2/).

Класс ответственности здания – II, $\gamma_n=0.95$;

Место строительства – г. Подольск Московской области.



• Рис. 2. К задаче № 9

Решение.

Принимаем:

Шаг расстановки прогонов – $B=1,5$ м – из условия укладки волнистых А/Ц листов с нахлестом 250 мм;

Прогоны работают на косой изгиб .Уклон $\alpha = 14^\circ$; $\sin \alpha = 0,24$, $\cos \alpha = 0,97$.

Предварительно назначаем по сортаменту ширину поперечного сечения прогона $b = 125$ мм;

Материал прогонов – древесина хвойных пород, сосна 2-го сорт.

Сбор нагрузок на прогоны

№ п/п	Наименование	Норматив- ная, кН/м ²	γ _f	Расчет- ная, кН/м ²
1	А/Ц волнистые листы унифицированного профиля 1750х1125 мм с учетом нахлеста	0,18	1.1	0,2
2	Собственный вес прогона $0,125 \times 0,2 \times 6 / 1,5$	0,1	1.1	0.11
	Итого постоянная нагрузка	0,28		0,31
	То же, с учетом уклона $g_{\text{укл}} = g / \cos \alpha$	0,29		0,32
3	Временная - снеговая нагрузка с учетом сноса снега под действием ветра $1,5 \times 0,86$	1,28	1,4	1,79
	Итого полная нагрузка	1,57		2,12

Погонная нагрузка на прогон $q = g \cdot B$:

- нормативная $q_n = 1,55 \cdot 1,5 = 2,4$ кН/м;

- расчетная $q = 2,12 \cdot 1,5 = 3,2$ кН/м.

Поскольку прогон работает на косой изгиб, раскладываем нагрузку на главные оси X-X и Y-Y прогона:

на ось X-X $q_x = q \cdot \sin \alpha$;

на ось Y-Y $q_y = q \cdot \cos \alpha$.

Погонная нормативная нагрузка

$q_x^n = 2,33 \cdot 0,24 = 0,56$ кН/м,

$q_y^n = 2,33 \cdot 0,97 = 2,26$ кН/м.

Погонная расчетная нагрузка

$q_x = 3,2 \cdot 0,24 = 0,77$ кН/м,

$q_y = 3,2 \cdot 0,97 = 3,1$ кН/м.

1-е предельное состояние

Изгибающие моменты от расчетной нагрузки:

- относительно оси X-X $M_x = q_y * L^2 / 8 = 3.1 * 4.5^2 / 8 = 7.85 \text{ кН*м};$

- относительно оси Y-Y $M_y = q_x * L^2 / 8 = 0.77 * 4.5^2 / 8 = 1.95 \text{ кН*м}.$

Расчетное сопротивление древесины изгибу по табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/ $R_{A_{и}} = 21,0 \text{ МПа}.$

Коэффициент условия работы $m_b = 1$ (табл. 9 СП 64.13330.2017 /2/).

Расчетное сопротивление древесины изгибу с учетом условий эксплуатации здания

$$R_{и} = R_{A_{и}} * m_{дл} * m_b / \gamma_n = 21 * 0,66 * 1 / 0,95 = 14.73 \text{ МПа}$$

По моменту M_x определяем требуемую высоту поперечного сечения прогона при ширине сечения $b=125 \text{ мм}:$

- требуемый момент сопротивления $W_{x_{\text{треб}}} \geq M_x / R_{и} = 7.85 * 10^6 / 14.73 = 0.533 * 10^6 \text{ мм}^3;$

- из формулы $W_x = b * h^2 / 6$ определим $h_{\text{треб}} \geq \sqrt{6 W_x / (b * K)}$,.

где $K = 1 - 1.95 / 7.85 = 0.75$ – коэффициент, учитывающий действие изгибающего момента M_y .

$$h_{\text{треб}} \geq \sqrt{6 * 0.533 * 10^6 / (125 * 0,75)} = 185 \text{ мм}$$

По сортаменту (ГОСТ 24454-80*) принимаем прогон из бруса сечением $b * h = 125 * 200 \text{ мм}.$

Геометрические характеристики прогона:

- момент сопротивления относительно оси X-X

$$W_x = b h^2 / 6 = 125 * 200^2 / 6 = 0.833 * 10^6 \text{ мм}^3;$$

- момент сопротивления относительно оси Y-Y

$$W_y = h b^2 / 6 = 200 * 125^2 / 6 = 0.52 * 10^6 \text{ мм}^3;$$

- момент инерции относительно оси X-X

$$I_x = b h^3 / 12 = 125 * 200^3 / 12 = 0.833 * 10^8 \text{ мм}^4;$$

- момент инерции относительно оси Y-Y

$$I_y = h b^3 / 12 = 200 * 125^3 / 12 = 0.325 * 10^8 \text{ мм}^4.$$

1-е предельное состояние.

Проверяем прогон сечением $b \cdot h = 125 \cdot 200$ мм на действие нормальных напряжений

$$\sigma_{\text{н}} = M_x / W_x + M_y / W_y = (7.85 \cdot 10^6) / (0.833 \cdot 10^6) + (1.95 \cdot 10^6) / (0.52 \cdot 10^6) = 9.42 + 3.75 = 13.2 \text{ МПа} < R_{\text{н}} = 14.73 \text{ МПа}$$

Поскольку недонапряжение составляет более 10%, проверяем сечение 150×150 мм.

Геометрические характеристики сечения:

- момент сопротивления $W_x = W_y = 150 \cdot 150^2 / 6 = 0.563 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$,

- момент инерции $I_x = I_y = 150 \cdot 150^3 / 12 = 0.42 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$.

Нормальные напряжения при изгибе

$$\sigma_{\text{н}} = M_x / W_x + M_y / W_y = (7.85 \cdot 10^6) / (0.563 \cdot 10^6) + (1.95 \cdot 10^6) / (0.563 \cdot 10^6) = 13.95 + 3.46 = 17.4 \text{ МПа} > R_{\text{н}} = 15 \text{ МПа} \cdot 1 / 0.95 = 15.79 \text{ МПа}.$$

Оставляем сечение прогона 125×200 мм.

Проверяем принятое сечение прогона по 2-му предельному состоянию.

$$f \leq f_u.$$

Погонная нормативная нагрузка

$$q_x^{\text{н}} = 2.33 \cdot 0.24 = 0.56 \text{ кН/м}, \quad q_y^{\text{н}} = 2.33 \cdot 0.97 = 2.26 \text{ кН/м}.$$

$$\text{Прогиб предельный } f_u = 1 / 175 L = 4500 / 175 = 25.7 \text{ мм}.$$

$$\text{Прогиб расчетный } f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

$$\text{где } f_x = 5 / 384 \cdot q_x^{\text{н}} \cdot L^4 / (E I_y) = 5 / 384 \cdot 0.56 \cdot 4500^4 / (10000 \cdot 0.325 \cdot 10^8) = 9.2 \text{ мм} - \text{прогиб по направлению оси X-X},$$

$$f_y = 5 / 384 \cdot q_y^{\text{н}} \cdot L^4 / (E I_x) = 5 / 384 \cdot 2.26 \cdot 4500^4 / (10000 \cdot 0.833 \cdot 10^8) = 14.5 \text{ мм} - \text{прогиб по направлению оси Y-Y}.$$

Прогиб расчетный

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{9.2^2 + 14.5^2} = 17.2 \text{ мм} < f_u = 25.7 \text{ мм}.$$

Ответ: принимаем прогон сечением $b \cdot h = 125 \times 200$ мм.