

Практическое занятие № 4

На тему:

«Расчет деревянных элементов из клееной древесины на поперечный изгиб»

Расчет изгибаемых элементов по первой группе предельных состояний состоит в проверке прочности на действие нормальных и касательных напряжений, а также в проверке устойчивости плоской формы деформирования.

Проверку прочности на действие нормальных напряжений производят по формуле

$$\sigma_u = M / W_{расч} \leq R_u,$$

где σ_u - напряжения сжатия, МПа; M - расчетный изгибающий момент, Н·мм; R_u - расчетное сопротивление древесины изгибу, МПа; $W_{расч}$ - расчетный момент сопротивления поперечного сечения элемента, мм³, при определении которого ослабления сечений, расположенные на участке элемента длиной до 200 мм, принимают совмещенными в одном сечении.

Проверку прочности на действие касательных напряжений (скалывание при изгибе) производят по формуле

$$\tau = Q S_{бр} / (J_{бр} b_{расч}) \leq R_{ск},$$

где Q - поперечная сила, Н; $S_{бр}$ - статический момент брутто сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси, мм³; $J_{бр}$ - момент инерции брутто поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси, мм⁴; $b_{расч}$ - расчетная ширина поперечного сечения, мм; $R_{ск}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию, МПа.

Проверку устойчивости плоской формы деформирования изгибаемого деревянного элемента производят по формуле

$$\sigma_u = M / (\varphi_m W_{бр}) \leq R_u$$

где σ_u - напряжения изгиба, МПа; M - расчетный изгибающий момент, Н·мм, на рассматриваемом участке L_p ; φ_m - коэффициент устойчивости плоской формы деформирования; R_u - расчетное сопротивление древесины

изгибу, МПа; $W_{бр}$ - момент сопротивления брутто, мм^3 на рассматриваемом участке L_p .

Коэффициент устойчивости плоской формы деформирования для элементов прямоугольного постоянного поперечного сечения

$$\varphi_m = 140 b^2 / (L_p h) k_\phi,$$

где b , h - размеры поперечного сечения. L_p - расчетная длина изгибаемого элемента из плоскости изгиба, k_ϕ - коэффициент по табл.Е.1 прил. Е /2/.

Геометрические характеристики сечения прямоугольной формы для максимальных нормальных и касательных напряжений:

$$W = b h^2 / 6, \text{ мм}^3, \quad S = b h^2 / 8, \text{ мм}^3, \quad J = b h^3 / 12, \text{ мм}^4.$$

Расчет изгибаемых элементов по второй группе предельных состояний ведется на действие нормативных нагрузок и состоит в проверке пригодности КДиП к нормальной эксплуатации исходя из эстетико-психологических, технологических, конструктивных и физиологических требований согласно условию

$$f \leq f_u$$

где f - расчетный прогиб конструкции, f_u - предельный прогиб, установленный нормами. Проверку выполняют для каждого из перечисленных требований.

Расчетный прогиб f определяют с учетом влияния деформаций сдвига по формуле

$$f = f_0 / k [1 + c(h/L)^2],$$

где f_0 - прогиб балки постоянного сечения высотой h без учета деформаций сдвига; h - наибольшая высота сечения; L - пролет балки; k - коэффициент по табл.Е.4 прил.Е /2/ учитывает влияние переменности сечения (для элементов постоянного сечения $k=1$); c - коэффициент по табл.Е.4 прил.Е /2/ - учитывает влияние деформаций сдвига от поперечной силы.

Предельный прогиб f_u определяют исходя из эстетико-психологических, технологических, конструктивных и физиологических требований.

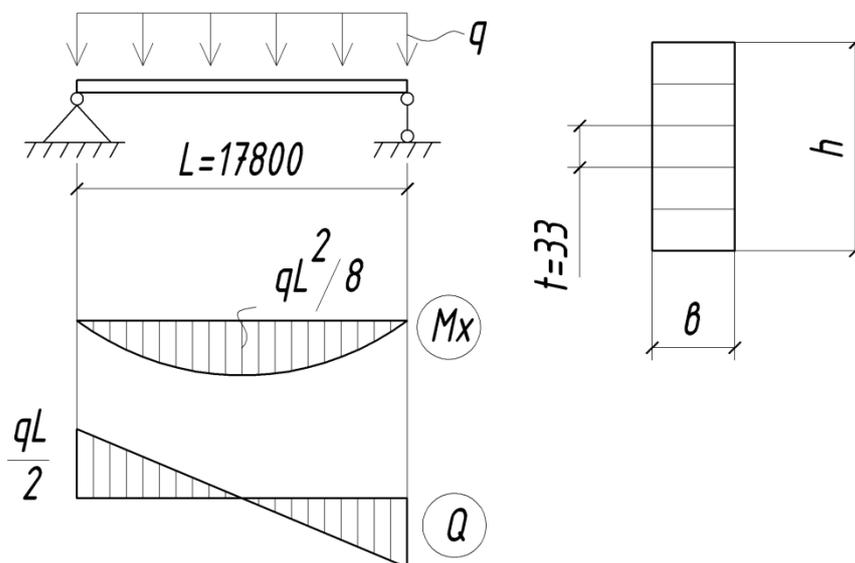
Задача 7.

Подобрать сечение дощатоклееной балки постоянного прямоугольного сечения в покрытии спортивного зала при следующих условиях (см. рис. 1):

- расчетный пролет балки $L=17,8$ м;
- нормативная погонная нагрузка на балку $q^H=5,9$ кН/м;
- расчетная погонная нагрузка на балку $q^P=7.9$ кН/м;
- шаг прогонов в покрытии – $V_{\text{прог}} = 1$ м;
- Класс ответственности здания – II, $\gamma_n=0.95$;
- Температурно-влажностные условия эксплуатации 1 (табл.1 СП 64.13330.2017 /2/).

Решение.

Принимаем:



• Рис. 1. К задаче № 7

- клееная древесина хвойных пород 2-го сорта;
- толщина слоя в клееном блоке $t=33$ мм;
- ширина клееного блока $b = 120$ мм или $b=140$ мм;
- высота сечения клееного блока $h = =1/15L = 17800/15 = 1188$ мм (36 слоев по 33 мм);

1-е предельное состояние.

Подбираем сечение балки из условия действия нормальных напряжений:

$$\sigma_u = M_{расч} / W_x \leq R_u.$$

В формуле:

Расчетный изгибающий момент $M_{расч} = q * L^2 / 8 = 7.9 * 17.8^2 / 8 = 312.9$
кН*м,

Поперечная сила на опоре $Q = q * L / 2 = 7.9 * 17.8 / 2 = 70.3$ кН.

Расчетное сопротивление изгибу (табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/):

для ширины $b=120$ мм

$$R_{и} = R_{и}^A * m_{дл} * m_{в} * m_{сл} * m_{б} / \gamma_n = 21 * 0,66 * 1 * 1 * 0,8 / 0,95 = 11,8 \text{ МПа},$$

для ширины $b=140$ мм

$$R_{и} = R_{и}^A * m_{дл} * m_{в} * m_{сл} * m_{б} / \gamma_n = 22,5 * 0,66 * 1 * 1 * 0,8 / 0,95 = 12,6 \text{ МПа}$$

где $m_{в}=1$ (табл. 9 СП 64.13330.2017 /2/),

$m_{сл}=1$ (табл. 11 СП 64.13330.2017 /2/),

$m_{б}=0,8$ (табл. 10 СП 64.13330.2017 /2/).

Тогда требуемый момент сопротивления:

для ширины $b=120$ мм $W_{x \text{ треб}} \geq M_p / R_{и} = 313 * 10^6 / 11,8 = 26,54 * 10^6 \text{ мм}^3$,

для ширины $b=140$ мм $W_{x \text{ треб}} \geq M_p / R_{и} = 313 * 10^6 / 12,6 = 24,84 * 10^6 \text{ мм}^3$.

Поскольку $W_x = b * h^2 / 6$, то при известной (или назначенной проектировщиком) ширине «b» деревянного элемента определим требуемую высоту поперечного сечения по формуле

$$h_{\text{треб}} \geq \sqrt{6 W_x / b}.$$

По сортаменту пиломатериалов назначаем ширину балки «b» и определяем требуемую высоту поперечного сечения:

при $b=120$ мм $\rightarrow h_{\text{треб}} \geq \sqrt{6 * 26,54 * 10^6 / 120} = 1152$ мм,

или 35 слоев по 33 мм $h=1155$ мм;

при $b=140$ мм $\rightarrow h_{\text{треб}} \geq \sqrt{6 * 24,84 * 10^6 / 140} = 1032$ мм,

или 32 слоя по 33 мм $h=1056$ мм.

Принимаем клееный брус $120 * 1155$ мм, как более экономичный.

Геометрические характеристики сечения:

$$W_x = b \cdot h^2 / 6 = 120 \cdot 1155^2 / 6 = 26,68 \cdot 10^6 \text{ мм}^3,$$

$$I_x = b \cdot h^3 / 12 = 120 \cdot 1155^3 / 12 = 15,4 \cdot 10^9 \text{ мм}^4.$$

Статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси $S_{бр} = b \cdot h^2 / 8 = 120 \cdot 1155^2 / 8 = 20,01 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$.

Проверка балки принятого сечения на действие нормальных напряжений:

$$\sigma_{и} = M_p / W_x = (312,9 \cdot 10^6) / (26,68 \cdot 10^6) = 11,7 \text{ МПа} < R_{и} = 11,8 \text{ МПа}.$$

Принятое сечение обладает достаточной несущей способностью из условия действия нормальных напряжений.

Проверка принятого сечения балки на прочность по скалыванию.

Расчетное сопротивление скалыванию при изгибе для клееных элементов

$$R_{ск} = R_{ск}^A \cdot m_{дл} \cdot m_B \cdot m_{сл} / \gamma_n = 2,25 \cdot 0,66 \cdot 1 \cdot 1 / 0,95 = 1,56 \text{ МПа};$$

$$\tau = Q \cdot S_{бр} / (I_{бр} \cdot b_{расч}) = 70,3 \cdot 10^3 \cdot 20,01 \cdot 10^6 / (15,4 \cdot 10^9 \cdot 120) = 0,76 \text{ МПа} < R_{ск} = 1,56 \text{ МПа}.$$

Принятое сечение обладает достаточной несущей способностью из условия действия касательных напряжений.

Проверка балки принятого сечения на устойчивость плоской формы деформирования:

$$\sigma_{и} = M_p / (\varphi_M \cdot W_x) \leq R_{и}$$

$$\text{Коэффициент } \varphi_M = 140 \cdot b^2 / (L_p \cdot h) \cdot K_{ф} = 140 \cdot 120^2 / (2000 \cdot 1155) \cdot 1,13 = 0,99$$

где $K_{ф} = 1,13$ (см. табл. Е.1 Прил.Е СП 64.13330.2017 /2/),

$$L_p = 2 \cdot V_{прог} = 2 \cdot 1000 = 2000 \text{ мм}.$$

$$\sigma_{и} = M_p / (\varphi_M \cdot W_x) = (312,9 \cdot 10^6) / (0,99 \cdot 26,68 \cdot 10^6) = 11,83 \text{ МПа} \approx R_{и} = 11,8 \text{ МПа}.$$

Принятое сечение обладает достаточной несущей способностью из условия устойчивости плоской формы деформирования.

2. Проверка балки по 2-му предельному состоянию.

Проверка выполняется из эстетико-психологических требований

$$f \leq f_u,$$

где $f_u = 1/275 L = 17800/275 = 64,7$ мм – предельный прогиб балки,

$f = f_0/k * [1 + C*(h/L)^2]$ - расчетный прогиб балки,

где $f_0 = 5/384*(q_H L^4/E I_x) = 5/384*(5,9 * 17800^4 / 10000 * 15.4 * 10^9) = 50,1$ мм – прогиб балки без учета деформаций сдвига,

$k=1$ – для балки постоянного сечения,

$C=15,4+3,8* \beta =19.2$ – коэффициент, учитывающий влияние деформаций сдвига от поперечной силы;

$\beta = h_{оп}/h_{средн} = 1$ – для балки постоянного сечения.

Расчетный прогиб балки

$f = f_0/k*[1+C*(h/L)^2]=50,1/1*[1+19.8*(1155/17800)^2]=54.4$ мм < $f_u=64,7$ мм

Ответ: принимаем клееную деревянную балку сечением $b*h = 120 \times 1155$ мм (по 1-й группе предельных состояний).

Задача 8.

Определить расчетную несущую способность (РНС) дощатоклееной балки постоянного прямоугольного сечения в покрытии отапливаемого гаража при следующих условиях (см. рис. 2):

- расчетный пролет балки $L=14,8$ м;
- сечение балки $b*h = 140 \times 825$ мм (25 слоев по 33 мм);
- материал балки - клееная древесина 2-го сорта;

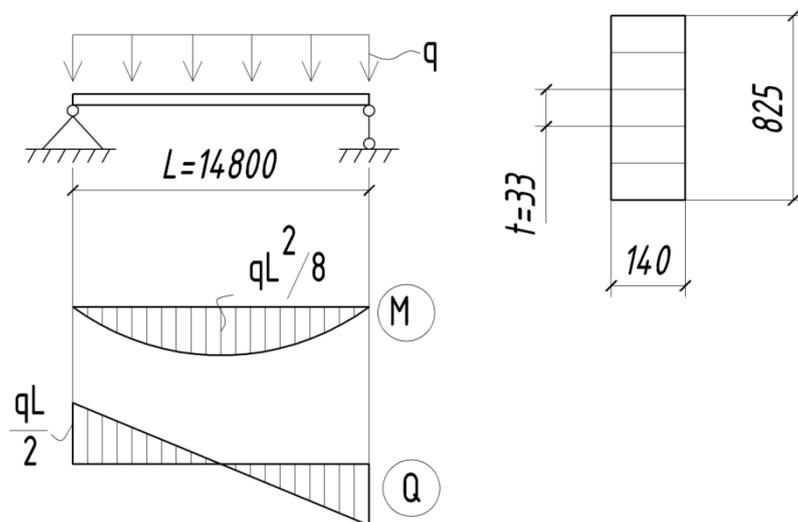


Рис. 2. К задаче № 8

- толщина слоя в клееном блоке (толщина ламели) $t=33$ мм;
- шаг прогонов в покрытии – $V_{\text{прог}} = 1,5$ м;
- Класс ответственности здания – II, $\gamma_n=0.95$;
- Температурно-влажностные условия эксплуатации 1 (табл.1 СП 64.13330.2017 /2/).

Решение.

1. Определяем геометрические характеристики сечения.

$$\text{Момент сопротивления } W_x = b \cdot h^2 / 6 = 140 \cdot 825^2 / 6 = 15.88 \cdot 10^6 \text{ мм}^3,$$

$$\text{Момент инерции } I_x = b \cdot h^3 / 12 = 140 \cdot 825^3 / 12 = 6.55 \cdot 10^9 \text{ мм}^4.$$

Статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси $S_{\text{бр}} = b \cdot h^2 / 8 = 140 \cdot 825^2 / 8 = 11,9 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$.

1-е предельное состояние

2. Определяем РНС балки из условия действия нормальных напряжений:

$$\sigma_{\text{и}} = M_{\text{расч}} / W_x \leq R_{\text{и}}. \text{ Тогда } M_{\text{расч}} = q \cdot L^2 / 8 \leq W_x \cdot R_{\text{и}}, \text{ откуда } q \leq 8 \cdot M / L^2.$$

В формулах:

расчетное сопротивление изгибу (табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/) для ширины $b=140$ мм:

$$R_{\text{и}} = R_{\text{и}}^A \cdot m_{\text{дл}} \cdot m_{\text{в}} \cdot m_{\text{сл}} \cdot m_{\text{б}} / \gamma_n = 22,5 \cdot 0,66 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,895 / 0,95 = 14,1 \text{ МПа}.$$

Изгибающий момент, соответствующий РНС балки из условия действия нормальных напряжений

$$M_{\text{расч}} \leq W_x \cdot R_{\text{и}} = 15.88 \cdot 10^6 \cdot 14,1 = 223,9 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 223,9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Максимальная расчетная нагрузка на балку из условия действия нормальных напряжений

$$q \leq 8 \cdot M / L^2 = 8 \cdot 223,9 / 14,8^2 = 8,17 \text{ кН/м}.$$

3. Определяем РНС балки по скалыванию (из условия действия касательных напряжений):

$$\tau = Q \cdot S_{\text{бр}} / (I_{\text{бр}} \cdot b_{\text{расч}}) \leq R_{\text{ск}}. \text{ Тогда } Q = q \cdot L / 2 \leq R_{\text{ск}} \cdot (I_{\text{бр}} \cdot b_{\text{расч}}) / S_{\text{бр}},$$

$$\text{откуда } q \leq 2 \cdot Q / L.$$

В формулах расчетное сопротивление скалыванию при изгибе для клееных элементов:

$$R_{ск} = R_{ск}^A * m_{дл} * m_B * m_{сл} / \gamma_n = 2,25 * 0,66 * 1 * 1 / 0,95 = 1,58 \text{ МПа};$$

Поперечная сила на опоре, соответствующая РНС балки из условия действия касательных напряжений

$$Q \leq R_{ск} * (I_{бр} * b_{расч}) / S_{бр} = 1,58 * (6,55 * 10^9 * 140) / (11,9 * 10^6) = 121,75 * 10^3 \text{ Н} = 121,75 \text{ кН},$$

Максимальная расчетная нагрузка на балку из условия действия касательных напряжений

$$q \leq 2 * 121,75 / 14,8 = 16,45 \text{ кН/м}.$$

4. Определение РНС балки из условия устойчивости плоской формы деформирования не производим, т.к. коэффициент $\varphi_M > 1$:

$$\varphi_M = 140 b^2 / (L_p h) * K_\varphi = 140 * 140^2 / (3000 * 825) * 1,13 = 1,11,$$

где $K_\varphi = 1,13$ (см. табл. Е1 Прил.Е СП 64.13330.2017 /2/), $L_p = 2 * B_{прог} = 2 * 1500 = 3000 \text{ мм}$.

2-е предельное состояние

5. Определяем несущую способность балки по 2-му предельному состоянию из эстетико-психологических требований

$$f \leq f_u,$$

где $f_u = 1/265 L = 14800/265 = 55,8 \text{ мм}$ – предельный прогиб балки.

$f = f_0/k * [1 + C*(h/L)^2]$ - расчетный прогиб балки с учетом деформаций сдвига,

$f_0 = 5/384 * (q^H L^4 / E I_x)$ - расчетный прогиб балки без учета деформаций сдвига,

$k=1$ –для балки постоянного сечения (табл.Е.4 Прил.Е СП 64.13330.2017 /2/),

$C=15,4+3,8 * \beta = 19,2$ – коэффициент, который учитывает влияние деформаций сдвига от поперечной силы (табл.Е.4 Прил.Е СП 64.13330.2017 /2/);

$\beta = h_{оп} / h_{средн} = 1$ – для балки постоянного сечения (табл. Е.4 Прил.Е СП 64.13330.2017 /2/).

$$[1 + C \cdot (h/L)^2] / k = [1 + 19,2 \cdot (825/14800)^2] / 1 = 1,06.$$

Тогда $f = f_0 \cdot 1,06 \leq f_u$, откуда $f_0 = 5/384 \cdot (q^H L^4 / E I_x) \leq f_u / 1,06$.

Нормативная нагрузка, соответствующая несущей способности балки по 2-му предельному состоянию с учетом деформаций сдвига

$$\begin{aligned} q^H &\leq f_u / 1,06 \cdot E I_x / (5/384 \cdot L^4) = \\ &= 55,8 / 1,06 \cdot 10000 \cdot 6,55 \cdot 10^9 / (5/384 \cdot 14800^4) = 5,52 \text{ кН/м.} \end{aligned}$$

Ответ:

- по 1-й группе предельных состояний расчетная погонная нагрузка на балку не более $q \leq 8.17$ кН/м;
- по 2-й группе предельных состояний нормативная погонная нагрузка на балку не более $q^H \leq 5,52$ кН/м.

1. Задания для самостоятельного решения по задаче 7

. Подобрать сечение деревянного элемента из цельной древесины, работающего на поперечный изгиб при следующих условиях (рис.3):

Назначение элемента – балка в покрытии промздания;

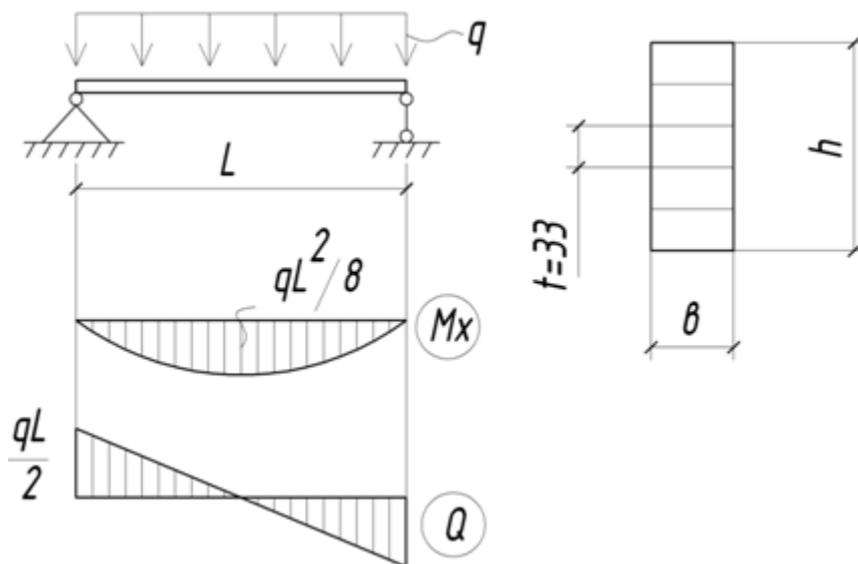


Рис. 3. Для самостоятельного выполнения по задаче № 7

Условия закрепления концов элемента – «шарнир-шарнир»;

Толщина слоя в клееном блоке $t_{сл}=33$ мм

№	Сорт	Нагрузка на конструкцию кН/м		Пролет l , м	b мм	Класс отв. здания	Температурно-влажностные условия эксплуатации
		$q_{норм}$	$q_{расч}$				
1	2	24,0	28,8	9,0	150	I	1
2	2	18,2	21,8	12,0	150	II	3
3	2	16,0	19,2	15,0	175	III	3
4	1	12,8	15,4	18,0	175	I	2
5	1	12,4	14,8	21,0	200	II	2

2. Задания для самостоятельного решения по задаче 8

Определить несущую способность деревянного элемента из цельной древесины, работающего на поперечный изгиб при следующих условиях (см. рис. 3):

Условия закрепления концов элемента – «шарнир-шарнир»;

Назначение элемента – балка в покрытии промздания;

Толщина слоя в клееном блоке $t_{сл}=33$ мм

№ п/п	b мм	h мм	Пролет <i>l</i> , м	Сорт	Класс отв. здания	Температурно- влажностные условия эксплуатации
1	120	990	12,0	1	I	2
2	120	1188	15,0	2	II	2
3	140	1485	18,0	2	II	3
4	140	1650	18,0	2	I	2
5	2x120	1848	21,0	3	III	3