

Практическое занятие № 3

На тему:

«Расчет деревянных элементов из цельной древесины на поперечный изгиб»

При изгибе от действия поперечной нагрузки в деревянном элементе возникают изгибающий момент M и поперечная сила Q . Данный вид изгиба называют поперечным. В зоне действия изгибающего момента по высоте поперечного сечения элемента имеют место растянутая и сжатая зоны. Поскольку в пределах упругой работы материала модули упругости при сжатии E_c и при растяжении E_p имеют близкие значения, условно принимают $E_c = E_p = E$, где $E = 10000$ МПа - модуль упругости при изгибе. Соответственно краевые напряжения в растянутой и сжатой зонах также равны между собой $\sigma_c = \sigma_p = \sigma_{и} = M/W$, где W - момент сопротивления.

На изгиб древесина работает более стабильно, чем на растяжение. Вариационный коэффициент для изгиба составляет $V = 15-17\%$. За пределами упругости работ материала в сжатой зоне носит пластический характер и сопровождается образованием складок смятия, однако разрушение происходит по растянутой зоне, где проявляется влияние на прочность материала пороков и технологических ослаблений. Временное сопротивление древесины сосны и ели изгибу составляет для чистой древесины $R_{вр.ч.} = 75$ МПа, для пиломатериала $R_{вр.} = 22-36$ МПа. Расчетное сопротивление изгибу для режима нагружения В (табл. 2 СП 64.13330.2017) $R_{и} = 13-16$ МПа.

Расчет изгибаемых элементов по первой группе предельных состояний состоит в проверке прочности на действие нормальных и касательных напряжений, а также в проверке устойчивости плоской формы деформирования.

Проверку прочности на действие нормальных напряжений производят по формуле

$$\sigma_{и} = M / W_{расч} \leq R_{и},$$

где $\sigma_{и}$ - напряжения сжатия, МПа; M - расчетный изгибающий момент, Н·мм; $R_{и}$ - расчетное сопротивление древесины изгибу, МПа; $W_{расч}$ - расчетный момент сопротивления поперечного сечения элемента, мм³, при определении которого ослабления сечений, расположенные на участке элемента длиной до 200 мм, принимают совмещенными в одном сечении.

Проверку прочности на действие касательных напряжений (скалывание при изгибе) производят по формуле

$$\tau = Q S_{6p} / (J_{6p} b_{расч}) \leq R_{ск},$$

где Q - поперечная сила, Н; S_{6p} - статический момент брутто сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси, мм³; J_{6p} - момент инерции брутто поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси, мм⁴; $b_{расч}$ - расчетная ширина поперечного сечения, мм; $R_{ск}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию, МПа.

Проверку устойчивости плоской формы деформирования изгибаемого деревянного элемента производят по формуле

$$\sigma_{и} = M / (\varphi_{м} W_{6p}) \leq R_{и}$$

где $\sigma_{и}$ - напряжения изгиба, МПа; M - расчетный изгибающий момент, Н·мм, на рассматриваемом участке L_p ; $\varphi_{м}$ - коэффициент устойчивости плоской формы деформирования; $R_{и}$ - расчетное сопротивление древесины изгибу, МПа; W_{6p} - момент сопротивления брутто, мм³ на рассматриваемом участке L_p .

Коэффициент устойчивости плоской формы деформирования для элементов прямоугольного постоянного поперечного сечения

$$\varphi_{м} = 140 b^2 / (L_p h) k_{ф},$$

где b, h - размеры поперечного сечения. L_p - расчетная длина изгибаемого элемента из плоскости изгиба, $k_{ф}$ - коэффициент по табл.Е.1 прил. Е /2/.

Геометрические характеристики сечения прямоугольной формы для максимальных нормальных и касательных напряжений:

$$W = b h^2 / 6, \text{ мм}^3, \quad S = b h^2 / 8, \text{ мм}^3, \quad J = b h^3 / 12, \text{ мм}^4.$$

Расчет изгибаемых элементов по второй группе предельных состояний ведется на действие нормативных нагрузок и состоит в проверке пригодности КДиП к нормальной эксплуатации исходя из эстетико-психологических, технологических, конструктивных и физиологических требований согласно условию

$$f \leq f_u$$

где f - расчетный прогиб конструкции, f_u - предельный прогиб, установленный нормами. Проверку выполняют для каждого из перечисленных требований.

Расчетный прогиб f определяют с учетом влияния деформаций сдвига по формуле

$$f = f_0 / k [1 + c(h/L)^2],$$

где f_0 - прогиб балки постоянного сечения высотой h без учета деформаций сдвига; h - наибольшая высота сечения; L - пролет балки; k - коэффициент по табл.Е.3 прил.Е /2/ учитывает влияние переменности сечения (для элементов постоянного сечения $k=1$); c - коэффициент по табл.Е.3 прил.Е /2/ - учитывает влияние деформаций сдвига от поперечной силы.

Предельный прогиб f_u определяют исходя из эстетико-психологических, технологических, конструктивных и физиологических требований.

Задача 5.

Подобрать сечение цельнодеревянной балки междуэтажного перекрытия при следующих условиях (см. рис. 1):

- расчетный пролет балки $L=4.5$ м;
- нормативная погонная нагрузка на балку $q^H=2,8$ кН/м;
- расчетная погонная нагрузка на балку $q^P=3.4$ кН/м;
- Класс ответственности здания – II, $\gamma_n=0.95$;
- Температурно-влажностные условия эксплуатации 1 (табл. 1 СП 64.13330.2017 /2/).

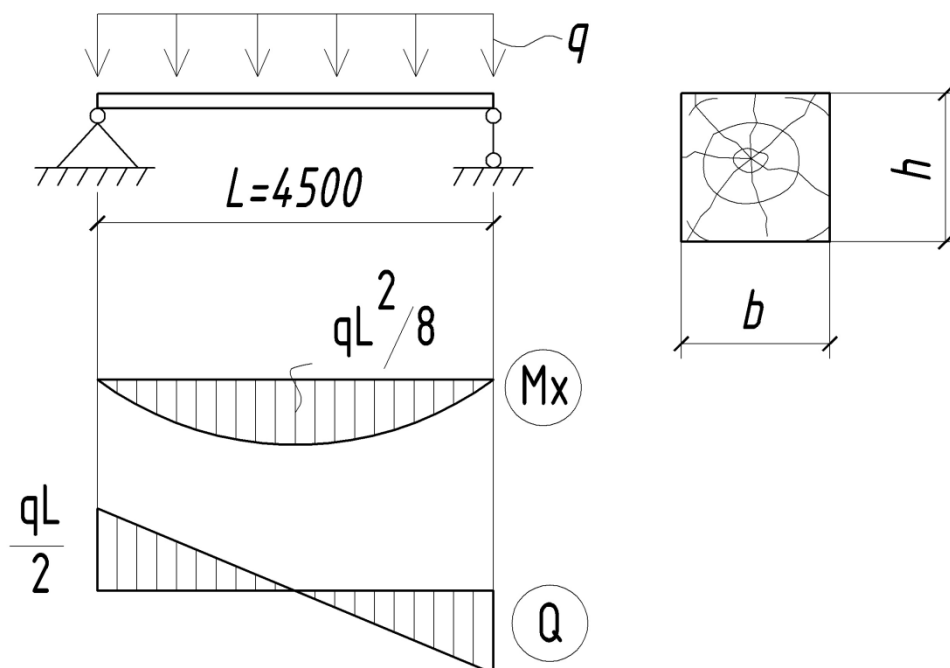


Рис. 1. К задаче № 5

Решение.

Принимаем древесину сосны 2-го сорта.

1-е предельное состояние.

1. Подбираем сечение балки из условия действия нормальных напряжений:

$$\sigma_u = M_{расч} / W_x \leq R_u$$

В формуле:

Расчетный изгибающий момент

$$M_{расч} = q \cdot L^2 / 8 = 3.4 \cdot 4.5^2 / 8 = 8.61 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Расчетное сопротивление изгибу (табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/)

$$R_{и} = R_{и}^A \cdot m_{дл} \cdot m_{в} / \gamma_n = 22,5 \cdot 0,66 \cdot 1 / 0,95 = 15,7 \text{ МПа}$$

где $m_{в} = 1$ (табл. 9 СП 64.13330.2017 /2/).

Тогда требуемый момент сопротивления

$$W_{х \text{ треб}} \geq M_p / R_{и} = 8.61 \cdot 10^6 / 15,7 = 0,55 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Поскольку $W_x = b \cdot h^2 / 6$, то при известной (или назначенной проектировщиком) ширине «b» деревянного элемента определим требуемую высоту поперечного сечения по формуле

$$h_{\text{треб}} = \sqrt{6 \cdot W_x / b}$$

По сортаменту пиломатериалов назначаем ширину балки «b» и определяем требуемую высоту поперечного сечения:

при $b=100$ мм $\rightarrow h_{\text{треб}} = 195$ мм,

при $b=150$ мм $\rightarrow h_{\text{треб}} = 149$ мм,

при $b=200$ мм $\rightarrow h_{\text{треб}} = 129$ мм.

Принимаем брус 150×150 мм

Геометрические характеристики сечения:

Момент сопротивления $W_x = b \cdot h^2 / 6 = 150 \cdot 150^2 / 6 = 0.563 \cdot 10^6$ мм³,

Момент инерции $I_x = b \cdot h^3 / 12 = 150 \cdot 150^3 / 12 = 0.422 \cdot 10^8$ мм⁴.

Проверка балки принятого сечения на действие нормальных напряжений

$$\sigma_{\text{н}} = M_p / W_x = (8.61 \cdot 10^6) / (0.563 \cdot 10^6) = 15.29 \text{ МПа} < R_{\text{н}} = 15.7 \text{ МПа}$$

2. Проверка балки по 2-му предельному состоянию.

Проверка выполняется из эстетико-психологических требований

$$f < f_u,$$

где $f_u = 1/175 L = 4500/175 = 25.7$ мм – предельный прогиб балки,

$f = 5/384 \cdot (q^H L^4 / E I_x)$ - расчетный прогиб балки.

$$f = 5/384 \cdot (2.8 \cdot 4500^4 / 10000 \cdot 0.422 \cdot 10^8) = 35.4 \text{ мм} > f_u = 25.7 \text{ мм}.$$

Увеличиваем сечение балки.

Требуемый момент инерции балки при прогибе $f_u = 25.7$ мм :

$$I_{\text{треб}} = 5/384 \cdot (2.8 \cdot 4500^4 / 10000 \cdot 25.7) = 0.582 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

Поскольку $I_x = b \cdot h^3 / 12$, то при известной ширине «b» деревянного элемента определим требуемую высоту поперечного сечения по формуле

$$h_{\text{треб}} = \sqrt[3]{12 \cdot I_x / b}$$

При $b=150$ мм

$$h_{\text{треб}} = \sqrt[3]{12 \cdot 0.582 \cdot 10^8 / 150} = 167 \text{ мм}.$$

Принимаем по сортаменту высоту поперечного сечения балки $h=175$ мм.

Тогда момент инерции сечения

$$I_x = b \cdot h^3 / 12 = 150 \cdot 175^3 / 12 = 0.67 \cdot 10^8 \text{ мм}^4 > I_{\text{треб}} = 0.582 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

Расчетный прогиб балки сечением $b \cdot h = 150 \times 175$ мм составит

$$f = 5/384 * (2,8 * 4500^4 / 10000 * 0,67 * 10^8) = 22,3 \text{ мм} < f_u = 25,7 \text{ мм}.$$

3. Проверка балки на прочность по скалыванию (на действие касательных напряжений).

$$\tau = Q * S_{бр} / (I_{бр} * b_{расч}) \leq R_{ск},$$

где $Q = q * L / 2 = 3,4 * 4,5 / 2 = 7,65 \text{ кН}$ – поперечная сила на опоре балки;

$S_{бр} = b * h^2 / 8 = 150 * 175^2 / 8 = 0,574 * 10^6 \text{ мм}^3$ – статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси;

$I_{бр} = 0,67 * 10^8 \text{ мм}^4$ – момент инерции сечения брутто относительно нейтральной оси;

$b_{расч} = 150 \text{ мм}$ – расчетная ширина сечения балки;

$R_{ск} = R_{ск}^A * m_{дл} * m_{в} / \gamma_n = 2,4 * 0,66 * 1 / 0,95 = 1,68 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление скалыванию вдоль волокон при изгибе неклееных элементов (табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/).

$$\tau = Q * S_{бр} / (I_{бр} * b_{расч}) = 7,65 * 10^3 * 0,574 * 10^6 / (0,67 * 10^8 * 150) = 0,44 \text{ МПа} \leq R_{ск} = 1,68 \text{ МПа}.$$

Прочность на скалывание обеспечена.

Ответ: принимаем для балки брус сечением $b * h = 150 * 175 \text{ мм}$ (по 2-й группе предельных состояний).

Задача 6.

Определить несущую способность цельнодеревянной балки междуэтажного перекрытия при следующих условиях (см. рис. 2):

- расчетный пролет балки $L = 5 \text{ м}$;
- поперечное сечение балки – брус размерами $b * h = 200 * 250 \text{ мм}$
- древесина сосны 2-го сорта;
- Класс ответственности здания – II, $\gamma_n = 0,95$;
- Температурно-влажностные условия эксплуатации 1 (табл. 1 СП 64.13330.2017 /2/).

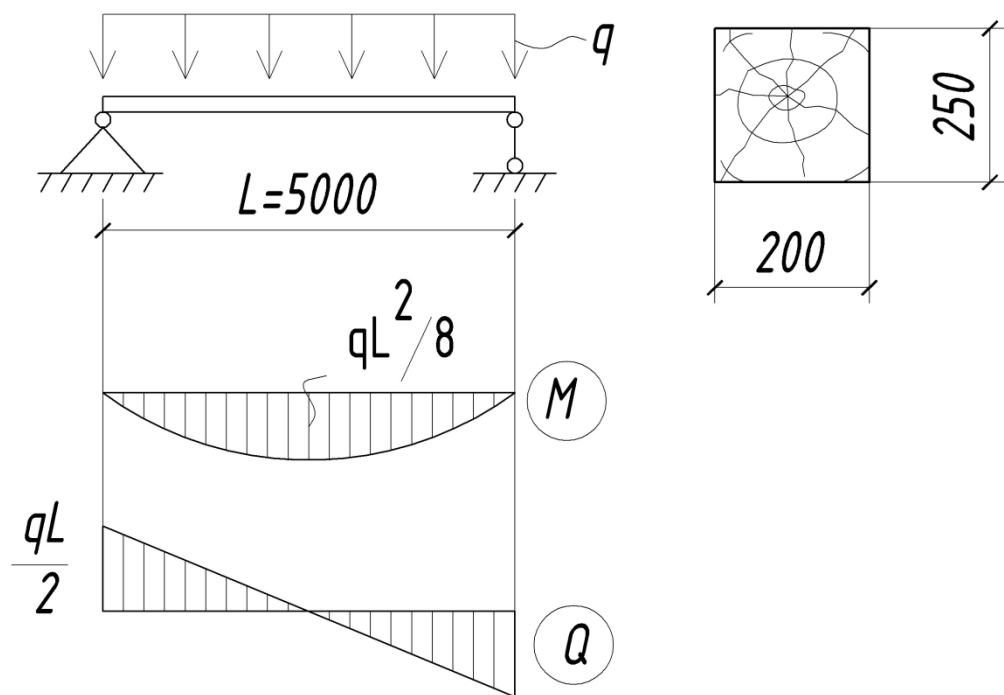


Рис. 2. К задаче № 6

Решение.

1. Определяем геометрические характеристики сечения балки:

- момент сопротивления сечения $W_x = b \cdot h^2 / 6 = 200 \cdot 250^2 / 6 = 2,083 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$;
- момент инерции сечения $I_x = b \cdot h^3 / 12 = 200 \cdot 250^3 / 12 = 0,26 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$.

2. Определяем РНС балки по 1-му предельному состоянию из условия действия нормальных напряжений:

$$\sigma_u = M_{\text{расч}} / W_x \leq R_u$$

В формуле:

- расчетное сопротивление изгибу (табл. 3 СП 64.13330.2017 /2/)

$$R_{\text{и}} = R_{\text{и}}^A \cdot m_{\text{дл}} \cdot m_{\text{в}} / \gamma_n = 22,5 \cdot 0,66 \cdot 1 / 0,95 = 15,7 \text{ МПа},$$

где $m_{\text{в}} = 1$ (табл. 9 СП 64.13330.2017 /2/);

- момент сопротивления сечения $W_x = 2,083 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$.

Максимальный расчетный изгибающий момент, воспринимаемый сечением балки

$$M_{\text{max}} \leq W_x \cdot R_{\text{и}} = 2,083 \cdot 10^6 \cdot 15,7 = 32,7 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 32,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Поскольку $M_{\text{расч}} = q \cdot L^2 / 8 = 32,7 \text{ кН} \cdot \text{м}$, отсюда $q \leq 8 \cdot M_{\text{расч}} / L^2$.

Определяем РНС балки из условия действия нормальных напряжений:

$$q \leq 8 * M_{\text{расч}} / L^2 = 8 * 32,7 / 5^2 = 10,46 \text{ кН/м.}$$

3. Определяем несущую способность балки по 2-му предельному состоянию из эстетико-психологических требований

$$f \leq f_u,$$

где $f_u = 1/185 L = 5000/185 = 27 \text{ мм}$ – предельно-допустимый прогиб балки.

$f = f_0/k * [1 + C*(h/L)^2]$ - расчетный прогиб балки с учетом деформаций сдвига.

$f_0 = 5/384 * q^H L^4 / (E I_x)$ - расчетный прогиб балки без учета деформаций сдвига.

$k=1$ – для балки постоянного сечения (табл. Е.4 Прил.Е /2/),

$C=15,4+3,8*\beta=19,2$ – коэффициент, учитывающий влияние деформаций сдвига от поперечной силы (табл. Е.4 Прил.Е /2/);

$\beta = h_{\text{оп}}/h_{\text{средн}} = 1$ – для балки постоянного сечения.

$$[1 + C*(h/L)^2]/k = [1 + 19,2*(250/5000)^2] / 1 = 1,048.$$

Тогда $f = f_0 * 1,048 \leq f_u$, отсюда $f_0 = 5/384 * q^H L^4 / (E I_x) \leq f_u / 1,048$.

Нормативная нагрузка, соответствующая несущей способности балки по 2-му предельному состоянию с учетом деформаций сдвига

$$q^H \leq (f_u/1,048) * E I_x / (5/384 * L^4) = (27 / 1,048) * 10000 * 0,26 * 10^9 / (5/384 * 5000^4) = 8,23 \text{ кН/м.}$$

Ответ:

- по 1-й группе предельных состояний расчетная погонная нагрузка на балку не более $q \leq 10,46 \text{ кН/м}$;
- по 2-й группе предельных состояний нормативная погонная нагрузка на балку $q^H \leq 8,23 \text{ кН/м}$.

1. Задания для самостоятельного решения по задаче 5

. Подобрать сечение деревянного элемента из цельной древесины, работающего на поперечный изгиб при следующих условиях (рис.3):

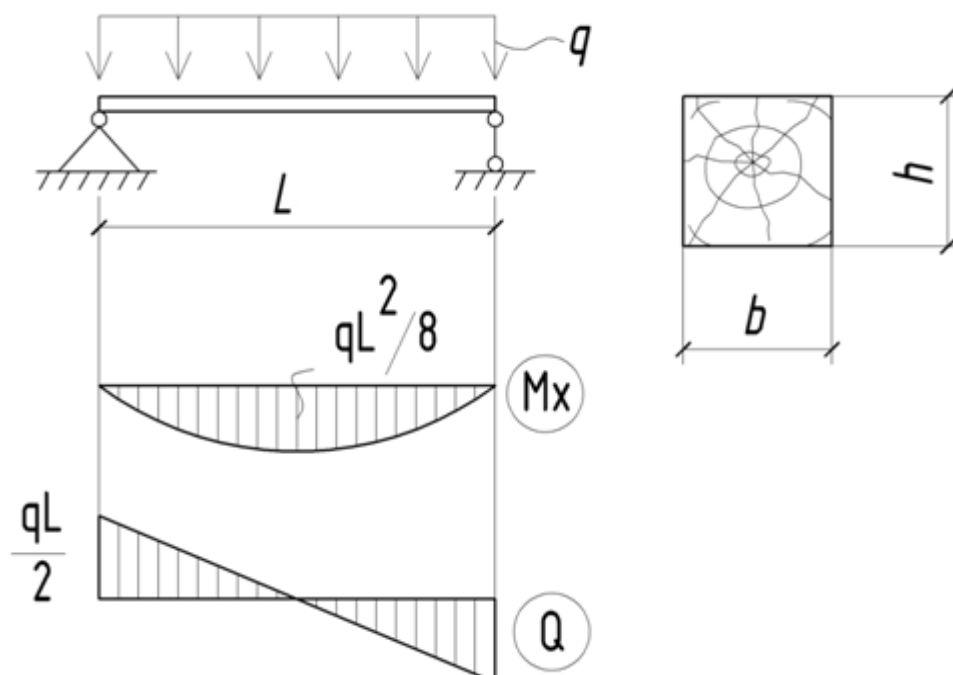


Рис. 3. Для самостоятельного выполнения по задаче № 3

Условия закрепления концов элемента – «шарнир-шарнир»;

Назначение элемента – балка междуэтажного перекрытия;

№	Сорт	Нагрузка на конструкцию кН/м		Пролет l , м	b мм	Класс отв. здания	Температурно-влажностные условия эксплуатации
		$Q_{\text{норм}}$	$Q_{\text{расч}}$				
1	2	4,0	4,8	4,0	150	I	1
2	2	3,4	4,1	4,5	150	II	3
3	2	3,0	3,6	5,0	175	III	3
4	1	2,80	3,4	5,5	175	I	2
5	1	2,4	2,9	6,0	200	II	2

2. Задания для самостоятельного решения по задаче 6

Определить несущую способность деревянного элемента из цельной древесины, работающего на поперечный изгиб при следующих условиях (см. рис. 3):

Материал - древесина сосны 2-го сорта;

Условия закрепления концов элемента – «шарнир-шарнир»;

Назначение элемента – балка междуэтажного перекрытия;

В элементе имеются ослабления – 2 отверстия $d_{\text{отв}} = d$ мм;

№ п/п	b мм	h мм	Пролет l , м	Сорт	Класс отв. здания	Температурно- влажностные условия эксплуатации
1	250	250	6,0	1	I	2
2	200	250	5,5	2	II	2
3	150	200	5,0	2	II	3
4	150	175	4,0	2	I	2
5	150	150	3,0	3	III	3