

Часть 1. Физические свойства воды и газа, применяемые в расчётах инженерных систем

Жидкость и газы характеризуются определёнными *физическими свойствами*, важнейшими из которых, с точки зрения применения их в инженерных системах теплогазоснабжения, вентиляции, водоснабжения и водоотведения, являются:

- удельный вес;
- плотность;
- сжимаемость;
- вязкость.

Удельным (или объемным) весом жидкости γ , Н/м³, называется вес единицы её объёма:

$$\gamma = \frac{G}{V}, \quad (1.1)$$

где G – вес жидкости, Н; V – объем, занимаемый ею, м³.

Например, вода при температуре 4 °С имеет удельный вес равный 9 810 Н/м³.

Плотностью ρ , кг/м³, называется масса жидкости, заключённая в единице объёма, или отношение массы жидкости к её объёму (для однородной жидкости):

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.2)$$

где m – масса жидкости, кг; V – объем, занимаемый ею, м³.

Например, вода при температуре 4 °С имеет плотность равную 1 000 кг/м³. Так как в диапазоне температуры от 4 до 100 °С плотность воды меняется в пределах 4 %, то на практике она принимается постоянной. Однако, для систем централизованного теплоснабжения, где температура воды может

достигать 150 °С, учет изменения плотности воды необходим. Кроме того, изменение плотности воды в системах отопления с естественной циркуляцией является движущей силой теплоносителя, и поэтому учет разницы плотности горячей и охлажденной воды необходим.

Между плотностью и удельным весом существует связь, которая находится при учёте зависимости между весом тела G , его массой m и ускорением свободного падения g , м²/с:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{G}{gV} = \frac{\gamma}{g}. \quad (1.3)$$

Плотность и удельный вес зависят от давления и температуры, причём эта зависимость различна для капельных и газообразных жидкостей.

Сжимаемость капельных жидкостей под действием давления характеризуется *коэффициентом объёмной сжимаемости* β_v , Па⁻¹, который представляет собой относительное изменение объёма, приходящееся на единицу изменения давления:

$$\beta_v = \frac{V_1 - V_2}{V_1(p_2 - p_1)}, \quad (1.4)$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объёмы жидкости, соответственно, м³; p_1 и p_2 – начальное и конечное давление, соответственно, Па.

В дифференциальной форме, коэффициент объёмной сжимаемости можно рассматривать как отрицательное приращение объёма dV при положительном приращении давления dp :

$$\beta_v = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}, \text{ Па}^{-1}. \quad (1.5)$$

Для однородной жидкости, в которой плотность жидкости равномерно распределена по всему объему коэффициент β_v , можно рассматривать как увеличение плотности $d\rho$ при положительном приращении давления dp :

$$\beta_v = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}, \text{ Па}^{-1}. \quad (1.6)$$

Величина, обратная коэффициенту β_v , представляет собой объемный модуль упругости E , Па:

$$E = \frac{1}{\beta_v} = \rho \frac{dp}{d\rho}. \quad (1.7)$$

Если разделить данную величину на плотность, то можно получить квадрат скорости распространения продольных волн в упругой среде, равную скорости звука:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} = c_0^2. \quad (1.8)$$

Изменение объёма жидкости в зависимости от изменения температуры характеризуется температурным коэффициентом объёмного расширения β_t , K^{-1} ($^{\circ}\text{C}^{-1}$):

$$\beta_t = \frac{V_2 - V_1}{V_1(t_2 - t_1)}, \quad (1.9)$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объёмы жидкости, соответственно, м^3 ; t_1 и t_2 – начальная и конечная температура жидкости, K ($^{\circ}\text{C}$).

В среднем для воды $\beta_v = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, а $\beta_t = 0,00015 \text{ K}^{-1}$.

Не смотря на малое значение температурного коэффициента объёмного расширения, его учёт необходим, например, при проектировании водяных

систем отопления, так как температура теплоносителя-воды в процессе эксплуатации системы будет изменяться в значительном диапазоне.

В инженерной практике, при расчетах используются производные формулы от уравнения (1.10): формулы Бойля–Мариотта, Гей-Люссака и Шарля для идеальных газов.

Закон Бойля-Мариотта выражается зависимостью:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \text{const}, \quad (1.10)$$

где V_1 и V_2 – объёмы газа, м^3 , при постоянной температуре, соответственно при давлении p_1 и p_2 , Па.

Закон Гей-Люссака устанавливает связь между объёмом и температурой газа при постоянном давлении и характеризуется уравнением:

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 = \text{const}, \quad (1.11)$$

где T_1 и T_2 – абсолютные температуры, К.

Закон Шарля, или второй закон Гей-Люссака устанавливает связь между давлением и температурой газа при его постоянном объеме:

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 = \text{const}. \quad (1.12)$$

Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление растягивающим и сдвигающим силам. Данное свойство вызвано силой трения между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями.

Рассмотрим случай движения жидкости параллельными слоями. Пусть скорость движения отдельного слоя А равна u , а скорость движения соседнего слоя В больше на Δu . Величина Δu выражается собой абсолютный сдвиг слоя В по слою А за единицу времени. При скольжении одного слоя по другому, между ними возникает сила трения. Относя эту силу к единице площади трения, получим касательное напряжение или напряжение силы трения τ .

Если силу трения отнести к единице площади, то получится значение так называемого касательного натяжения τ :

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y}, \quad (1.13)$$

где μ – коэффициент пропорциональности, называемый *динамической, или абсолютной вязкостью*, Па·с.

Наряду с динамической вязкостью, при практических расчётах применяют так называемую *кинематическую вязкость* ν , м²/с представляющую собой отношение динамической вязкости к плотности жидкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1.14)$$

При расчётах инженерных систем жидкость обычно представляется сплошной (непрерывной) средой. Однако, в некоторых системах возможно нарушение сплошности жидкости, представленное многофазовыми системами.

Многофазными называются системы, состоящие из нескольких фаз. В инженерных системах среди многофазных систем преобладают двухфазные. Например: «вода – твёрдые частицы» (системы водоотведения); «газ – твёрдые частицы» (пылеулавливание, пневмотранспорт); «газ – капли жидкости» (сушильные камеры, увлажнители воздуха вентиляционных установок); «газ – газ» (камеры парового увлажнения); «жидкость – пузырьки газа» (примеси воздуха в воде систем водоснабжения и водяного теплоснабжения), «жидкость – жидкость» (антифризы – растворы воды и гликолей, в системах отопления).

Во всех этих примерах первая из указанных фаз условно называют непрерывной, а вторую – дискретной. Количество второй (дискретной) фазы в непрерывной определяется *концентрацией*. Различают объёмную C_V и массовую концентрацию C_m фазы, которая является отношением объёма, или массы фазы к общему объёму, или массе системы:

$$C_{V2} = \frac{V_2}{V_1 + V_2}; \quad (1.15)$$

$$C_{m2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad (1.16)$$

где V_1 и V_2 – объем двух фаз системы, м³; m_1 и m_2 – масса двух фаз системы, кг.

Понятие концентрации позволяет определить основные параметры многофазной системы. Например, средняя плотность многофазной системы, кг/м³, может быть определена по формуле:

$$\rho = \rho_1 C_{V1} + \rho_2 C_{V2} = \rho_1 (1 - C_{V2}) + \rho_2 C_{V2}. \quad (1.17)$$

Пример № 1.1

Определить необходимый полезный объем расширительного бака гидравлического контура, если известно, что максимальная температура жидкости в контуре может достигать 95 °С. Начальный объем жидкости в системе, при его температуре 5 °С, составляет 600 л.

Решение. Согласно определению температурного коэффициента объёмного расширения:

$$\beta_t = \frac{V_2 - V_1}{V_1(t_2 - t_1)}, ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Задачей расширительного бака является вбирать в себя излишки объёма жидкости при её нагреве, или восполнять недостатки объёма жидкости при её охлаждении в процессе эксплуатации замкнутых контуров инженерных систем.

Тогда полезный объем расширительного бака, ΔV , л, может быть определён по формуле:

$$\Delta V = V_2 - V_1,$$

где V_1 , V_2 – объёмы жидкости, при температуре t_1 и t_2 , соответственно, л.

Следовательно:

$$\Delta V = \beta_t V_1 (t_2 - t_1),$$

где β_t – температурный коэффициент объёмного расширения, определяемый по таблице А.1 приложения А при средней температуре 50 °С, 0,000422 °С⁻¹.

$$\Delta V = 0,000422 \cdot 600(95 - 5) = 22,8 \text{ л.}$$

Ответ: 22,8 л.

Пример № 1.2

К 5 м³/ч дистиллированной воды с температурой 20 °С добавили 1 м³/ч этиленгликоля с температурой 15 °С. Определить среднюю плотность и динамическую вязкость смеси.

Решение. Согласно понятию объёмной концентрации, концентрация этиленгликоля C_{V2} в смеси составит:

$$C_{V2} = \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1}{5 + 1} = 0,167 \text{ м}^3 / \text{м}^3,$$

где V_1 и V_2 – объем воды и этиленгликоля, соответственно, м³.

Тогда средняя плотность смеси может быть определена по формуле:

$$\rho = \rho_1(1 - C_{V2}) + \rho_2 C_{V2} = 998,2(1 - 0,167) + 1119,6 \cdot 0,167 = 1\,018,5 \text{ кг/м}^3,$$

где ρ_1 – плотность пресной воды при температуре 20 °С, согласно таблице А.1 приложения А, 998,2 кг/м³; ρ_2 – плотность этиленгликоля при температуре 15 °С, согласно таблице А.2 приложения А, 1 119,6 кг/м³.

Средняя динамическая вязкость смеси может быть определена по формуле:

$$\mu = \mu_1(1 - C_{V2}) + \mu_2 C_{V2} = 1001,5 \cdot 10^{-6}(1 - 0,167) + 35189 \cdot 10^{-6} \cdot 0,167 = 6\,711 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

где μ_1 – динамическая вязкость пресной воды при температуре 20 °С, согласно таблице А.1 приложения А, 1 001,5 · 10⁻⁶ Па·с; μ_2 – динамическая вязкость этиленгликоля при температуре 15 °С, согласно таблице А.2 приложения А, 35 189 · 10⁻⁶ Па·с.

Ответ: 1 018,5 кг/м³ и 6 711 · 10⁻⁶ Па·с.

Часть 2. Гидростатика и гидродинамика инженерных систем

2.1 Гидростатика

На любую жидкость и внутри неё могут действовать различные силы. Данные силы могут действовать непрерывно *распределёнными по всему объёму (массе)* жидкости, либо непрерывно *распределёнными по площади*.

Таким образом силы, непрерывно *распределённые по всему объёму (массе)* жидкости называют *массовыми* (или *объёмными*). К таким силам относится сила тяжести жидкости, сила инерции движущейся жидкости и центробежные силы. Массовые силы пропорциональны массе жидкости и для однородных жидкостей пропорциональны его объёму.

В любой покоящейся жидкости и газе касательные напряжения в любой произвольной точке равны нулю, а вот нормальные присутствуют и вызваны давлением верхних слоёв жидкости на нижние. Данные напряжения являются сжимающими, так как жидкости и газы не сопротивляются растягивающим усилиям. Величина равная модулю напряжения в гидромеханике называется *гидростатическим давлением в точке $p_{\text{стат}}$, Па*.

Поверхность, в каждой точке которой значение гидростатического давления одинакова называется поверхностью уровня. Поверхности уровня обладают двумя основными свойствами:

1. Поверхности уровня не пересекаются между собой.
2. Внешние массовые силы направлены по внутренней нормали к поверхности уровня.

При равновесии жидкости и её состоянии покоя массовой силой является сила тяжести, а ускорением – ускорение свободного падения. Таким образом, поверхностью уровня (часто называют поверхностью равного давления) в однородной покоящейся жидкости будет любая горизонтальная поверхность, в том числе и свободная поверхность, независимо от формы сосуда или водоема.

В инженерных системах понятие и свойства поверхности уровня и, в частности, свободной поверхности, имеют важнейшее значение. Примером свободных поверхностей являются поверхности воды в открытых расширительных баках системы отопления, или накопительных ёмкостей системы водоснабжения (в том числе водонапорные башни).

Закон распределения гидростатического давления в покоящейся жидкости выражается основным уравнением гидростатики:

$$z + \frac{p}{\rho g} = \text{const}, \quad (2.2)$$

где z – отметка уровня, отсчитываемая от некоторой горизонтальной плоскости, м; p – давление, оказываемое на поверхность уровня, Па; ρ – плотность жидкости, кг/м³; g – ускорение свободного падения, 9,81 м/с².

Часто, на практике, для наглядного определения давления во всех точках инженерной системы строят эпюру давления. Для построения эпюры давления в инженерных системах, и определения гидростатического давления $p_{\text{стат}}$, Па, в любой точке системы часто используют следующую форму уравнения:

$$p_{\text{стат}} = z\rho g + p. \quad (2.3)$$

При этом в каждой точке открытой поверхности принимают постоянным $p = p_0$, и называют внешним давлением, или давлением на поверхность, z обозначают как h , то есть как высоту рассматриваемой плоскости от плоскости отсчёта, а $p_{\text{стат}}$ называют полным гидростатическим давлением. Тогда получим:

$$p_{\text{стат}} = \rho gh + p_0. \quad (2.4)$$

Из уравнения видно, что величина первого слагаемого зависит при постоянной плотности только от глубины погружения рассматриваемой точки. Величина второго слагаемого при этом передается во все точки покоящейся жидкости по всем направлениям без изменения. В классической гидростатике

такая величина называется *избыточным давлением*, однако, в инженерных системах избыточным (манометрическим) давлением принято называть *разницу абсолютного и атмосферного давления*. Подробно, для подвижной жидкости данные понятия будут рассмотрены в разделе гидродинамики.

В отличие от несжимаемой (капельной) жидкости плотность газа есть величина переменная, зависящая от состояния газа. Таким образом, изменение давления в газе будет зависеть не только от координаты (z или h), но и от того, как связаны между собой давление, плотность и температура газа. Эта связь устанавливается на основании уравнения газового состояния:

$$p = f(\rho; T), \quad (2.5)$$

где T – абсолютная температура газа в рассматриваемой точке, К.

В однородной атмосфере $\rho = \text{const}$, поэтому распределение давления не отличается от распределения в покоящейся капельной жидкости.

В случае изотермического состояния газа его плотность меняется в соответствии с уравнением газового состояния Клапейрона:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (2.6)$$

где R – удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К).

После постановки уравнения газового состояния в основное уравнение гидростатики и ряда преобразований можно получить следующую зависимость:

$$p = p_0 e^{-\frac{gh}{RT}}, \quad (2.7)$$

где p_0 – давление в отсчитываемой плоскости (ниже плоскости, для которой определяется давление), Па; e – основание натурального логарифма, 2,71828.

Уравнение показывает, что при изотермическом состоянии давления в покое газе меняется по экспоненциальному закону, уменьшаясь с увеличением высоты рассматриваемой точки.

Пример № 2.1

В открытой накопительной емкости находится вода с температурой 65 °С. Ёмкость представляет собой зеркало

к с внутренними размерами 0,8×2 ($d \times h$) м. Вода заполняет бак на уровне 1,5 м от дна. Определить гидростатическое давление в нижней точке ёмкости. Как изменится давление, если охладить воду до 15 °С. Атмосферное давления принять как при нормальных условиях равным 101 325 Па.

Решение. Согласно основному уравнению гидростатики:

$$p_{\text{стат}} = \rho g h + p_0.$$

Поскольку ёмкость открытая, значит верхняя поверхность жидкости соприкасается с атмосферой, и данная поверхность является поверхностью уровня. Очевидно, давление на поверхность равно атмосферному, т.е. $p_0 = p_{\text{атм}}$.

Плотность жидкости ρ определяется по справочным данным (см. таблицу А.1 приложения А). При температуре 65 °С, плотность воды составляет 980,5 кг/м³.

Тогда гидростатическое давление в нижней части ёмкости до охлаждения составляет:

$$p_{\text{стат}} = \rho g h + p_0 = 980,5 \cdot 9,81 \cdot 1,5 + 101\,325 = 115\,753 \text{ Па} = 115,8 \text{ кПа}.$$

После охлаждения воды изменится её плотность и объем, а значит и высота водяного столба. Однако, площадь поверхности на которую оказывается давление и масса жидкости остаются постоянными. Поэтому гидростатическое давление остается неизменным.

Ответ: 115,8 кПа. Не изменится.

Пример № 2.2

Определить максимальное гидростатическое давление в гидравлическом контуре с открытой ёмкостью (см. рис. 2.1). Построить эпюру давления, если $h_1 = 2$ м, $h_2 = 10$ м, а температура воды в контуре 40 °С. Атмосферное давления принять как при нормальных условиях равным $101\,325$ Па.

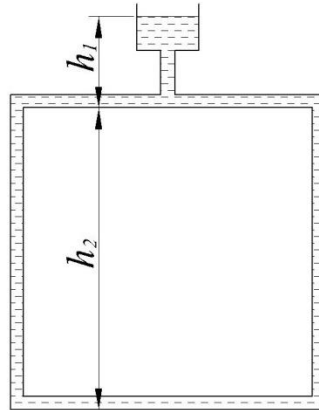


Рис. 2.1. Гидравлический контур к примеру 2.2

Решение. Максимальное гидростатическое давление будет наблюдаться в самой нижней точке системы, так как в ней будет наблюдаться самое высокое давление столба жидкости. В такой системе, за отсчётную плоскость берётся поверхность уровня в которой известно давление. Такой поверхностью будет являться открытая поверхность жидкости в ёмкости, на которую оказывается давление $p_0 = p_{\text{атм}}$. Таким образом, давление в нижней точке системы (плоскость 1-1) согласно основному уравнению гидростатики, составит:

$$p_{\text{стат}}^{1-1} = \rho g h_{1-1} + p_{\text{атм}}.$$

Плотность жидкости ρ определяется по справочным данным (см. таблицу А.1 приложения А). При температуре 40 °С, плотность воды составляет $992,2$ кг/м³.

$$p_{\text{стат}}^{1-1} = \rho g h_{1-1} + p_{\text{атм}} = 992,2 \cdot 9,81 \cdot (10 + 2) + 101\,325 = 218\,127 \text{ Па} = 218,1 \text{ кПа}.$$

Давление в плоскости 2-2 составит:

$$p_{\text{стат}}^{2-2} = \rho g h_{2-2} + p_{\text{атм}} = 992,2 \cdot 9,81 \cdot 2 + 101\,325 = 120\,792 \text{ Па} = 120,8 \text{ кПа}.$$

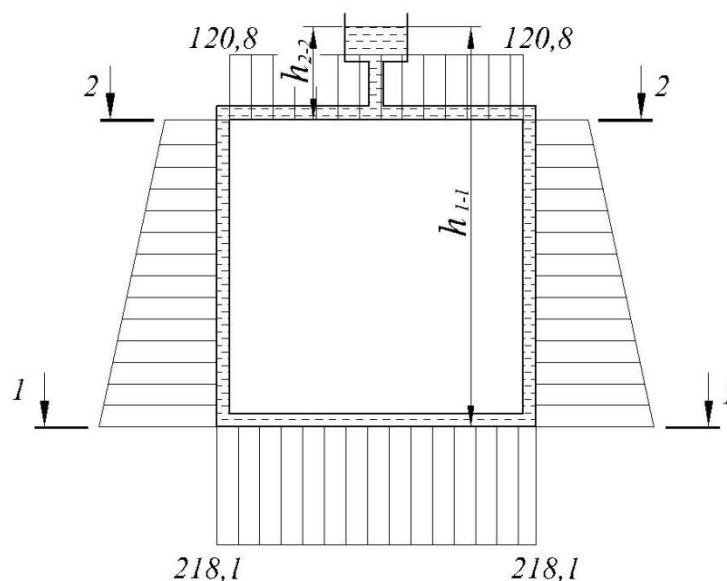


Рис. 2.2. Эпюра давления к примеру 2.2

Ответ: 218,1 кПа. По результатам расчета построена эпюра давления в гидравлическом контуре.

2.2 Геометрические характеристики потока

Совокупность элементарных струек, проходящих через площадку достаточно больших размеров, называется *потоком жидкости*. Определение элементарной струйки подробно рассматривается в лекционных материалах курса.

Потоки по характеру движения жидкости могут быть разделены на три группы: *напорные*, *безнапорные* и *струи*.

Напорный поток полностью ограничен со всех сторон твердыми стенками. Движение жидкости в таком потоке происходит под влиянием давления, сообщаемого каким-либо внешним источником. В инженерных системах, как правило, побудителем движения являются насосы и вентиляторы.

Безнапорным называется поток со свободной поверхностью, в котором жидкость перемещается только под действием силы тяжести. Примером безнапорного движения в инженерных системах является система водоотведения (канализация).

Струи представляют собой потоки, ограниченные со всех сторон жидкой и газообразной средой. В этом случае движение жидкости происходит по инерции под влиянием начальной скорости, созданной давлением или силой тяжести. Такие потоки характерны для истечения воздуха из воздухораспределителей систем вентиляции и кондиционирования воздуха.

Для характеристики размеров и формы поперечного сечения потока используются гидравлические элементы потока. К ним относятся: *живое сечение, смоченный периметр, гидравлический радиус и эквивалентный диаметр*.

Живым сечением называется сечение потока, проведенное перпендикулярно к линиям тока. В общем случае живое сечение является криволинейной поверхностью. Площадь живого сечения обозначается греческой буквой ω (омега), м^2 .

Смоченным периметром называется часть периметра живого сечения потока, в которой жидкость соприкасается с твердыми стенками канала или трубы. Смоченный периметр обозначается греческой буквой χ (хи), м. Примеры определению смоченного периметра представлены на рис. 3.1 (выделен жирными линиями):

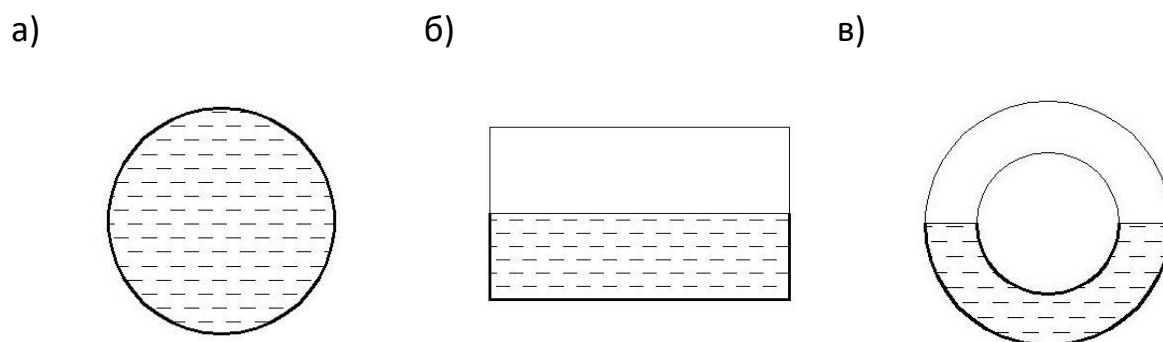


Рис. 2.4. Примеры по определению смоченного периметра:

а – для напорного потока круглого сечения; б – для безнапорного потока прямоугольного сечения; в – для безнапорного потока сложного сечения (труба в трубе)

Отношение площади живого сечения ω , м², к смоченному периметру χ , м, называется *гидравлическим радиусом* R , м, т.е.:

$$R = \frac{\omega}{\chi}. \quad (2.8)$$

При гидравлических расчетах систем отопления и вентиляции широко используется понятие об эквивалентном диаметре $d_э$, м, который равен четырем гидравлическим радиусам:

$$d_э = 4R. \quad (2.9)$$

Для труб прямоугольного сечения со сторонами a и b при напорном потоке гидравлический радиус и эквивалентный диаметр можно определить по формулам:

$$R = \frac{ab}{2(a+b)}, \text{ м}; \quad (2.10)$$

$$d_э = \frac{2ab}{a+b}, \text{ м}. \quad (2.11)$$

При определении потери давления в прямоугольных и квадратных воздуховодах систем вентиляции также используют *эквивалентный по расходу диаметр* d_L , м, и *диаметр, эквивалентный по площади поперечного сечения* d_f , м.

Диаметр эквивалентный по расходу определяется из условия равенства потери давления при равенстве расходов в круглом и прямоугольном сечении воздуховода. Формула для определения d_L , м, представелна в следующей форме:

$$d_L = \sqrt[5]{\frac{32a^3b^3}{a+b}}. \quad (2.12)$$

Значение диаметра, эквивалентного по площади поперечного сечения определяется из условия равенства площадей поперечного сечения прямоугольного и круглого воздуховодов:

$$ab = \frac{\pi d_f^2}{4}. \quad (2.13)$$

Тогда значение d_f , м, определяется по формуле:

$$d_f = 2\sqrt{\frac{ab}{\pi}}. \quad (2.14)$$

Пример № 2.3

Определить живое сечение напорного потока, движущегося между двумя трубами (см. рис. 2.5), если внутренняя труба имеет наружный диаметр $d = 0,1$ м, а наружная труба имеет внутренний диаметр $D = 0,15$ м. Определить смоченный периметр, гидравлический радиус и эквивалентный диаметр данного потока.

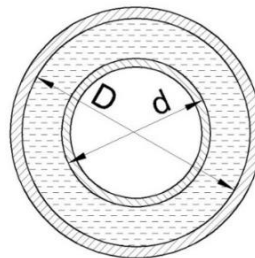


Рис. 2.5. Сечение потока к примеру 2.3

Решение. Живое сечение данного потока образуется в межтрубном пространстве, а значит может быть определено как разница площадей двух сечений:

$$\omega = F_D - F_d = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4}(0,15^2 - 0,1^2) = 0,0098125 \text{ м}^2,$$

где F_D и F_d – площади сечений образованных диаметрами D и d , м^2 .

Смоченный периметр данного потока равен сумме периметров внутренней поверхности наружной трубы и наружной поверхности внутренней трубы:

$$\chi = \chi_D + \chi_d = \pi D + \pi d = \pi(D + d) = 3,14(0,15 + 0,1) = 0,785 \text{ м.}$$

Тогда гидравлический радиус будет равен:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{0,0098125}{0,785} = 0,0125 \text{ м.}$$

Определяем эквивалентный диаметр для данного потока:

$$d_3 = 4R = 4 \cdot 0,0125 = 0,05 \text{ м.}$$

Ответ: 0,0098125 м²; 0,785 м; 0,0125 м; 0,05 м.

Пример № 2.4

Определить эквивалентный диаметр квадратного воздуховода со стороной $a = 100$ мм. Вычислить диаметры, эквивалентные по расходу и по площади поперечного сечения для данного воздуховода.

Решение. Эквивалентный диаметр d_3 , м, определяем по формуле:

$$d_3 = \frac{2a \cdot a}{a + a} = a = 0,1 \text{ м.}$$

Величина диаметра, эквивалентного по расходу d_L , м, составит:

$$d_L = \sqrt[5]{\frac{32a^3a^3}{a + a}} = \sqrt[5]{16a^5} = a\sqrt[5]{16} = 0,1\sqrt[5]{16} = 0,174 \text{ м.}$$

Определяем эквивалентный по площади диаметр d_f , м:

$$d_f = 2\sqrt{\frac{ab}{\pi}} = 2a\pi^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 0,1 \cdot 3,14^{\frac{1}{2}} = 0,113 \text{ м.}$$

Ответ: 0,1 м; 0,174 м; 0,113 м.

2.3 Уравнение неразрывности

Количество жидкости, протекающей через живое сечение потока в единицу времени, называется *расходом жидкости*. Это количество можно измерять в единицах объема, веса или массы, поэтому различают расход *объемный* Q , м³/с, *весовой* G , Н/с и *массовый* M , кг/с.

Средней скоростью потока v , м/с, в данном сечении называется такая воображаемая для всех точек живого сечения скорость, при которой через это сечение проходит тот же объемный расход, что и при действительных скоростях движения жидкости.

Уравнение неразрывности для потока имеет вид:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n = Q = \text{const}, \quad (2.15)$$

или

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = v_3 \omega_3 = \dots = v_n \omega_n = \text{const}. \quad (2.16)$$

Оно показывает, что объемный расход несжимаемой жидкости при установившемся движении сохраняется вдоль всего потока.

Исходя из этого, можно сказать, что средние скорости в поперечных сечениях потока обратно пропорциональны площади этих сечений. Если площадь поперечного сечения потока уменьшается, то средняя скорость его увеличивается и, наоборот, если площадь поперечного сечения потока увеличивается, то средняя скорость его уменьшается.

Если учесть изменение плотности жидкости в элементарных струйках и потоке ($\rho \neq \text{const}$), то *уравнение неразрывности для потока сжимаемой жидкости* будет иметь вид:

$$M_1 = M_2 = M_3 = \dots = M_n = M = \text{const}, \quad (2.17)$$

или

$$\rho_1 v_1 \omega_1 = \rho_2 v_2 \omega_2 = \rho_3 v_3 \omega_3 = \dots = \rho_n v_n \omega_n = \text{const.} \quad (2.18)$$

В инженерной практике также расчеты проводятся с использованием величины *осевой скорости*, v_{oc} , м/с, которая направлена по оси потока и измеряется, или определяется расчетом. Отношение средней скорости потока к осевой называется коэффициентом поля скоростей k :

$$k = \frac{v}{v_{oc}}. \quad (2.19)$$

Тогда *уравнение неразрывности для потока сжимаемой жидкости* можно записать в следующей форме:

$$k_1 \rho_1 v_{oc.1} \omega_1 = k_2 \rho_2 v_{oc.2} \omega_2 = k_3 \rho_3 v_{oc.3} \omega_3 = \dots = k_n \rho_n v_{oc.n} \omega_n = \text{const.} \quad (2.20)$$

Пример № 2.5

Определить объемный расход воды (м³/ч), протекающей по трубе диаметром 0,15 м со средней скоростью 0,85 м/с.

Решение. Площадь живого сечения данного потока определяется как площадь сечения трубы:

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 0,0176625 \text{ м}^2.$$

Объемный расход в трубе вычисляется как произведение средней скорости потока на площадь живого сечения:

$$Q = \omega v = 0,0176625 \cdot 0,85 = 0,015 \text{ м}^3/\text{с} = 54 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Ответ: 54 м³/ч.

Пример № 2.6

По трубе переменного сечения протекает жидкость. Определить среднюю скорость v_2 , м/с, в суженной части трубы, если наружный диаметр широкой части трубы $D = 76$ мм, а наружный диаметр суженной части трубы $d = 57$ мм

(см. рис. 2.6). Средняя скорость в широкой части трубы $v_1 = 1$ м/с, толщина стенки равна 3 мм.

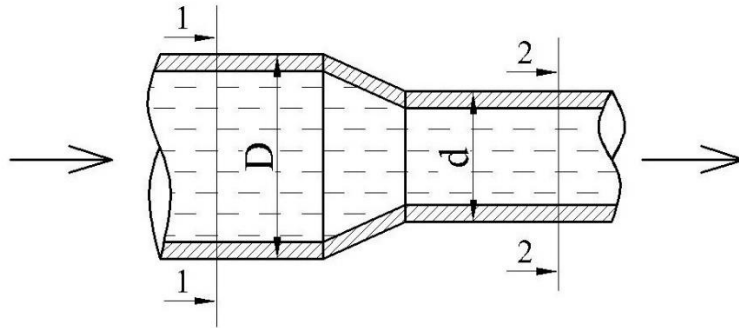


Рис. 2.6. Сечение трубного участка к примеру 2.6

Решение. По уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости справедливо равенство:

$$Q_1 = Q_2; \Rightarrow \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2,$$

Тогда среднюю скорость v_2 , м/с, можно определить как:

$$v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Площадь живого сечения потока в сечении 1-1 составит:

$$\omega_1 = \frac{\pi(D - 2\delta)^2}{4} = \frac{3,14(0,076 - 2 \cdot 0,003)^2}{4} = 0,003847 \text{ м}^2,$$

где δ – толщина стенки трубы, м.

Площадь живого сечения потока в сечении 2-2 составит:

$$\omega_2 = \frac{\pi(d - 2\delta)^2}{4} = \frac{3,14(0,057 - 2 \cdot 0,003)^2}{4} = 0,002042 \text{ м}^2.$$

Величина средней скорости v_2 равна:

$$v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = 1 \frac{0,003847}{0,002042} = 1,88 \text{ м/с}.$$

Ответ: 1,88 м³/ч.

2.4 Уравнение бернулли

Для решения задач по определению основных гидродинамических характеристик потока (гидродинамического давления и скорости движения жидкости) применяется уравнение Бернулли для идеальной и реальной жидкости.

Идеальной жидкостью называется невязкая несжимаемая жидкость, при движении которой полное давление остается постоянным в любом сечении потока. *Реальной* жидкостью называют вязкую сжимаемую жидкость, при движении которой происходит потеря энергии на трение с границей твердой стенки и между частицами самой жидкости.

Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}. \quad (2.21)$$

Но, так как уравнение справедливо для всех произвольных сечений потока, то:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}, \quad (2.22)$$

где z – нивелирная высота потока, м; $\frac{p}{\rho g}$ – пьезометрическая высота, м;

$\frac{v^2}{2g}$ – удельная кинетическая энергия потока.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{н1-2}}. \quad (2.23)$$

где z_1 и z_2 – нивелирная высота потока в первом и втором сечении, соответственно, м; $\frac{p_1}{\rho_1 g}, \frac{p_2}{\rho_2 g}$ – пьезометрическая высота в сечениях, м;

$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}, \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$ – удельная кинетическая энергия потока в сечениях;

α – коэффициент кинетической энергии, который учитывает неравномерность распределения скоростей в сечении; $h_{п1-2}$ – потери удельной механической энергии между выбранными сечениями (потеря напора), м.

При расчете инженерных систем, часто пренебрегают неравномерностью распределения скоростей в сечении, и коэффициент α не учитывают.

Также на практике используют несколько измененную форму уравнения Бернулли:

$$\rho_1 g h_1 + p_{0,1} + \frac{\rho_1 v_1^2}{2} = \rho_2 g h_2 + p_{0,2} + \frac{\rho_2 v_2^2}{2} - \Delta p_{п1-2}, \quad (2.24)$$

где h_1 и h_2 – высота рассматриваемого сечения от расчетной плоскости, м; $\Delta p_{п1-2}$ – потеря давления потока между сечениями 1 и 2, Па.

Из уравнения видно, что сумма первых двух слагаемых есть *гидростатическое давление*. Третье слагаемое называют *гидродинамическим давлением*. Сумму гидростатического и гидродинамического давления называют полным гидравлическим давлением, $p_{полн}$, Па:

$$p_{полн} = p_{стат} + p_{дин}. \quad (2.25)$$

Как было указано ранее, в инженерной практике величина избыточного (манометрического) давления определяется как разность полного давления и атмосферного:

$$p_{\text{изб}} = p_{\text{полн}} - p_{\text{атм}}, \text{ Па.} \quad (2.26)$$

Если избыточное давление в сечении принимает отрицательную величину ($p_{\text{полн}} < p_{\text{атм}}$), то такое давление называют вакуумным давлением:

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{полн}}, \text{ Па.} \quad (2.27)$$

Пример № 2.7

Насос производительностью Q , л/с, забирает воду из колодца (см рис. 2.7) по трубе диаметром D длиной l , и находится выше поверхности воды на h . Определить его производительность Q , если вакуумное давление в точке всасывания воды равно $p_{\text{вак}} = 70$ кПа, $h = 5$ м, $D = 75$ мм. Жидкость принять идеальной. Плотность жидкости $\rho = 1000$ кг/м³. Жидкость принять как идеальную.

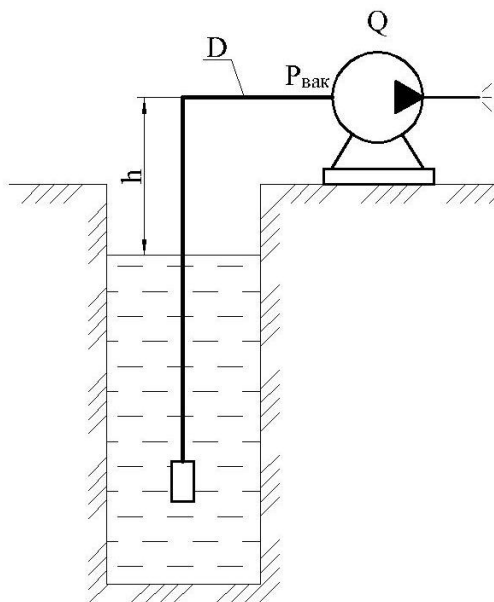


Рис. 2.7. Схема установки к примеру 2.7

Решение. Запишем уравнение Бернулли для невязкой жидкости для сечения на плоскости всасывания, и перед насосом:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Для применения уравнения Бернулли в данном случае рассмотрим каждую составляющую формулы:

1) За расчетную плоскость возьмем свободную поверхность воды в колодце. Тогда: $z_1 = -h_1$; $z_2 = h$, где h_2 – высота столба жидкости от поверхности воды до точки всасывания, м.

2) Давление p_1 , в плоскости всасывания создается столбом жидкости высотой h_1 и атмосферным давлением $p_{\text{атм}}$, тогда:

$$p_1 = p_{\text{атм}} + \rho g h_1.$$

3) Не нулевое значение скорости движения жидкости в колодце наблюдается в непосредственной близости от точки всасывания, поэтому ей в расчетах пренебрегают, т.е. $v_1 = 0$ м/с.

4) Давление p_2 , в точке всасывания равно сумме атмосферного давления (выходящий патрубок насоса соединен с атмосферой (открытая система) и вакуумному давлению. Но поскольку эти давления противоположны, вакуумное давление берем с отрицательным знаком:

$$p_2 = p_{\text{атм}} - p_{\text{вак}}.$$

Запишем уравнение Бернулли с учётом пунктов 1-4:

$$-h_1 + \frac{p_{\text{атм}} + \rho g h_1}{\rho g} = h + \frac{p_{\text{атм}} - p_{\text{вак}}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Последовательно преобразуем уравнение и выведем скорость v_2 , м/с:

$$-h_1 + \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + h_1 = h + \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} - \frac{p_{\text{вак}}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g};$$

$$\frac{p_{\text{вак}}}{\rho g} = h + \frac{v_2^2}{2g};$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2p_{\text{вак}}}{\rho} - 2gh}.$$

Таким образом, скорость на всасывающем участке насоса составит:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2p_{\text{вак}}}{\rho} - 2gh} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70\,000}{1000} - 2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 6,42 \text{ м/с.}$$

Расход жидкости (производительность насоса) Q , м³/с, можно выразить через уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$Q = v_1 \omega = v_2 \pi D^2 / 4.$$

Тогда производительность насоса составит:

$$Q = v_2 \pi D^2 / 4 = 6,42 \cdot 3,14 \cdot 0,075^2 / 4 = 0,0284 \text{ м}^3/\text{с} = 28,3 \text{ л/с.}$$

Ответ: 28,3 л/с.

Пример № 2.8

Определить максимальное избыточное давление в открытой гидравлической системе (см. рис 2.8) и построить эпюру избыточного давления, если $H = 3$ м, $h = 0,5$ м. Потери давления между характерными точками составляют: $\Delta p_{\text{п1-2}} = \Delta p_{\text{п4-5}} = 800$ Па; $\Delta p_{\text{п2-3}} = \Delta p_{\text{п3-4}} = \Delta p_{\text{п5-6}} = \Delta p_{\text{п6-1}} = 400$ Па. Дополнительное давление, создаваемое на выходе из насоса равно $p_{\text{вых}} = 4200$ Па, а дополнительное вакуумное давление на всасывающем патрубке $p_{\text{вак}} = 1000$ Па. Температура воды равна 90 °С, а диаметр трубы контура остается неизменным по всему пути следования воды.

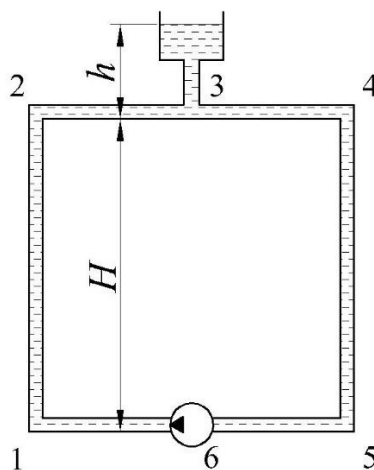


Рис. 2.8. Схема гидравлической системы к примеру 2.8

Решение. Поскольку необходимо определить избыточное давление в системе, атмосферное давление не будет учитываться в расчете.

1. В первую находим плоскость постоянного давления, от которой будем вести отсчет. Такой плоскостью является открытая поверхность жидкости в ёмкости. Избыточное давление в точке 3 равно столбу жидкости находящегося между поверхностью воды в ёмкости и точкой 3:

$$p_3 = \rho gh = 965 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 4\,733 \text{ Па.}$$

2. Согласно уравнению Бернулли, падение давления между сечениями потока 3 и 4 для вязкой жидкости составит:

$$p_3 - p_4 = \rho_3 gh_3 + p_{0,3} + \frac{\rho_3 v_3^2}{2} - \rho_4 gh_4 - p_{0,4} - \frac{\rho_4 v_4^2}{2} + \Delta p_{п3-4}.$$

В данном случае плотность жидкости не изменяется $\rho_3 = \rho_4 = \rho$. Отметка высоты расположения точек 3 и 4 одинакова, поэтому $h_3 = h_4 = h$. Давление $p_{0,3}$ и $p_{0,4}$ есть атмосферное давление, которое передается во все точки системы, и так как мы определяем избыточное давление, то приравниваем эти величины к нулю. Поскольку из условия диаметр трубы контура постоянен, скорость воды будет одинаковая во всех точках, а значит $v_3 = v_4 = v$.

Исходя из данных рассуждений избыточное давление в точке 4 будет равно:

$$p_4 = p_3 - \rho gh - \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} - \Delta p_{п3-4} = p_3 - \Delta p_{п3-4}.$$

Из полученного равенства видно, что изменение избыточного давления для двух точек (сечений) находящихся на одном уровне равно потере давления потока между этими точками.

Таким образом, избыточное давление в точке 4 составит:

$$p_4 = p_3 - \Delta p_{п3-4} = 4\,733 - 400 = 4\,333 \text{ Па.}$$

3. Аналогично разберем уравнение Бернулли для давления между точками 4 и 5. Разница избыточного давления в этих точках определяется из уравнения:

$$p_4 - p_5 = \rho_4 g h_4 + p_{0,4} + \frac{\rho_4 v_4^2}{2} - \rho_5 g h_5 - p_{0,5} - \frac{\rho_5 v_5^2}{2} + \Delta p_{п4-5}.$$

Плотность жидкости не изменяется $\rho_4 = \rho_5 = \rho$. В отличии от точек 3 и 4, отметка высоты расположения точек 4 и 5 различна: $h_4 = h$; $h_5 = h + H$. Величину давления $p_{0,4}$ и $p_{0,5}$, как и ранее, приравниваем к нулю, и также оговариваем, что $v_4 = v_5 = v$. Тогда:

$$p_5 = p_4 - \rho g h - \frac{\rho v^2}{2} + \rho g (h + H) - \frac{\rho v^2}{2} - \Delta p_{п4-5} = p_4 + \rho g H - \Delta p_{п4-5}.$$

Из полученного уравнения видно, что изменение давления в точках потока с различными координатами по высоте зависит от потери давления между сечениями и разности высот между точками. Таким образом, величина избыточного давления в точке 5 составит:

$$p_5 = p_4 + \rho g H - \Delta p_{п4-5} = 4\,333 + 965 \cdot 9,81 \cdot 3 - 800 = 31\,933 \text{ Па}.$$

4. В точке 6, непосредственно перед насосом, образуется вакуумное давление $p_{\text{вак}}$, поэтому величина $p_{0,6}$, без учета атмосферного давления, будет равна отрицательному значению $p_{\text{вак}}$. С учетом аналогичных рассуждений, предлагаемых в пункте 2, получим формулу для определения избыточного давления в точке 6 перед насосом:

$$p_6^{\text{вак}} = p_5 + p_{0,6} - \Delta p_{п4-5} = p_5 + (-p_{\text{вак}}) - \Delta p_{п4-5} = 31\,933 - 1\,000 - 400 = 30\,533 \text{ Па}.$$

5. В точке 6, непосредственно после насоса, создается дополнительное давление равное $p_{\text{вых}}$, и, следовательно, избыточное давление в точке 6 после насоса равно:

$$p_6^{\text{вых}} = p_6^{\text{вак}} + p_{\text{вых}} = 30\,533 + 4\,200 = 34\,733 \text{ Па}.$$

6. Определяем избыточное давление в точках 1 и 2:

$$p_1 = p_6^{\text{вых}} - \Delta p_{п6-1} = 34\,733 - 400 = 34\,333 \text{ Па};$$

$$p_2 = p_1 - \rho g H - \Delta p_{п1-2} = 34\,333 - 965 \cdot 9,81 \cdot 3 - 800 = 5\,133 \text{ Па}.$$

По результатам расчета строим график избыточного давления в системе.

Видно, что максимальное избыточное давление в системе будет наблюдаться в точке 6 на выходе из насоса. Величина максимального избыточного давления в системе составит 34 733 Па, или 34,7 кПа.

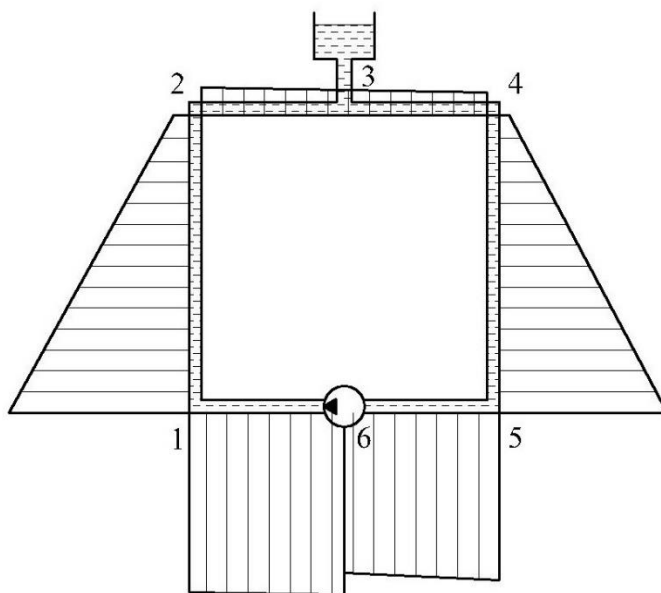


Рис. 2.9. Эпюра давления гидравлической системы к примеру 2.8

Ответ: 34 733 Па.

2.5 Режимы движения жидкости. Число Рейнольдса

Экспериментально установлено, что движение жидкости может происходить в двух режимах: *ламинарном* и *турбулентном*.

Ламинарным называют режим движения жидкости, происходящий без ее перемешивания. Это упорядоченное движение можно схематично представить как совокупность слоев, между которыми массообмен отсутствует.

Турбулентным называют режим движения, при котором наблюдается интенсивное перемешивание жидкости. Это неупорядоченное движение, когда частицы жидкости двигаются хаотически, что, однако, не препятствует общему движению потока жидкости.

Характер движения жидкости (режим) определяется геометрией объекта, скоростью движения и вязкостью жидкости. Смена режима движения

конкретной жидкости происходит при определенной скорости потока, которая называется критической скоростью $v_{кр}$, м/с.

Для характеристики режимов движения жидкости на основании многочисленных опытов учёным О. Рейнольдсом было предложено использование безразмерное число подобия – число Рейнольдса Re . Оно позволяет количественно оценивать относительное значение сил вязкости и сил инерции. При больших значениях Re превалируют силы инерции, и жидкость утрачивает упорядоченность. И, наоборот, при малом значении числа Re доминируют силы вязкости, которые препятствуют перемешиванию жидкости.

Число Re может быть определено по формуле:

$$Re = \frac{vd}{\nu_{ж}}, \quad (2.28)$$

где v – средняя скорость потока, м/с; d – характерный размер, м; $\nu_{ж}$ – кинематическая вязкость жидкости, м²/с.

Опытами установлено, что критическое число Рейнольдса, при котором режим движения жидкости будет *ламинарным*, составляет 2320 для круглых труб при напорном потоке, а характерный размер d будет равен внутреннему диаметру трубы. Для каналов некруглого сечения, или круглых труб при безнапорном потоке жидкости величина критического числа Рейнольдса будет составлять 575, а характерный размер d будет равен эквивалентному диаметру $d_э$.

В инженерных системах, как правило, наблюдается турбулентный режим течения жидкости, так как перемещаемые среды (вода, воздух, газ, пар) обладают сравнительно малой вязкостью. Однако, в ряде случаев (например, вентиляция, отопление с малой скоростью движения жидкости) может наблюдаться и ламинарный режим движения.

Пример № 2.9

Определить режим движения воды с температурой 20 °С, протекающей по прямоугольной трубе сечением 5×3 см. Расход воды составляет 120 л/ч.

Решение. Поскольку труба прямоугольного сечения, то первую очередь необходимо определить эквивалентный диаметр.

Живое сечение данного потока:

$$\omega = ab = 0,05 \cdot 0,03 = 0,0015 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр данного потока равен:

$$\chi = 2a + 2b = 2 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,03 = 0,16 \text{ м.}$$

Тогда гидравлический радиус будет равен:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{0,0015}{0,16} = 0,0094 \text{ м.}$$

Определяем эквивалентный диаметр для данного потока:

$$d_s = 4R = 4 \cdot 0,0094 = 0,0376 \text{ м.}$$

Средняя скорость потока может быть определена из уравнения неразрывности:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{120}{1000 \cdot 3600 \cdot 0,0015} = 0,02 \text{ м/с.}$$

Кинематическая вязкость воды согласно таблице А.2 при температуре 20 °С равна $1,006 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Число Рейнольдса будет равно:

$$\text{Re} = \frac{vd_s}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,02 \cdot 0,0376}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 748.$$

Поскольку для потока некруглого сечения критическое число Рейнольдса равно 575, то режим движения турбулентный.

Ответ: турбулентный.

Пример № 2.10

По трубе круглого сечения течет 20-ти процентный раствор этиленгликоля с температурой 60 °С. Внутренний диаметр трубы равен 32 мм, а расход жидкости равен 1 000 кг/ч. Определить режим движения жидкости.

Решение. Поскольку по трубе течет раствор этиленгликоля необходимо определить кинематическую вязкость смеси и плотность:

$$\nu_{\text{ж}} = \nu_{\text{ж1}}(1 - C_{\text{V2}}) + \nu_{\text{ж2}}C_{\text{V2}} = 0,471 \cdot 10^{-6}(1 - 0,2) + 4,75 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 = 1,327 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с},$$

$$\rho = \rho_1(1 - C_{\text{V2}}) + \rho_2C_{\text{V2}} = 983,2 \cdot (1 - 0,2) + 1087,1 \cdot 0,2 = 1\,004 \text{ кг/м}^3,$$

где кинематическая вязкость воды при температуре 60 °С равна $\nu_{\text{ж1}} = 0,471 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, плотность $\rho_1 = 983,2 \text{ кг/м}^3$, кинематическая вязкость этиленгликоля при температуре 60 °С равна $\nu_{\text{ж2}} = 4,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, плотность $\rho_2 = 1\,087,1 \text{ кг/м}^3$.

Средняя скорость потока может быть определена из уравнения неразрывности:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4G}{\rho \pi d^2} = \frac{4 \cdot 1000}{3600 \cdot 1\,004 \cdot 3,14 \cdot 0,032^2} = 0,34 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса будет равно:

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,34 \cdot 0,032}{1,327 \cdot 10^{-6}} = 8199.$$

Ответ: турбулентный.

2.6 Формула Дарси-Вейсбаха. Потери давления по длине

Существуют два типа потери давления — *по длине* и в *местных сопротивлениях*.

Потеря давления *по длине* вызывается вязкостью (как молекулярной, так и турбулентной) реальных жидкостей и газов, возникающей при её движении и являющейся результатом обмена количеством движения между молекулами (при ламинарном течении), а также и между отдельными частицами (при турбулентном течении) соседних слоев жидкости (газа), движущихся с различными скоростями. Эти потери имеют место на протяжении всей длины трубопровода, поэтому их называют также потерями по длине.

Потеря давления *на местных сопротивлениях* обусловлены местными гидравлическими сопротивлениями. Эти сопротивления, как правило, являются локальными, т.е. наблюдаются на относительно коротком участке потока в местах резкого изменения конфигурации и направления потока.

При гидравлическом и аэродинамическом расчете потери давления на участках трубопровода, или воздуховода определяется по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta p_{\text{уч}} = \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2} + \sum \zeta_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2}, \quad (2.29)$$

где λ – коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси), определяющий в долях гидродинамического давления линейную потерю гидростатического давления по длине трубы, равной ее внутреннему диаметру $d_{\text{в}}$; $l_{\text{уч}}$ – длина участка, м; $d_{\text{в}}$ – внутренний диаметр участка трубы, м; $\sum \zeta_{\text{уч}}$ – сумма коэффициентов местного сопротивления на участке, выражающая местные потери гидростатического давления в долях гидродинамического давления. Данная формула справедлива для любого режима движения жидкости.

Формулу Дарси-Вейсбаха для отдельного трубного участка можно представить в ином виде:

$$\Delta p_{\text{уч}} = \Delta p_l + \Delta p_{\text{м.с}}, \text{ Па}, \quad (2.30)$$

где Δp_l – потери давления по длине, Па; $\Delta p_{\text{м.с}}$ – потери давления в местных сопротивлениях участка, Па.

При ламинарном режиме движения жидкости коэффициент гидравлического трения λ , зависит от скорости движения потока и может быть определен для круглых труб согласно формуле:

$$\lambda = 64/\text{Re}. \quad (2.31)$$

Для переходного режима движения жидкости ($\text{Re} = 300 \dots 7000$), коэффициент λ может быть определен по формуле Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \left(1 + 4 \left(\frac{k_s}{d_B} \right)^{0,8} \right). \quad (2.32)$$

При турбулентном режиме движения при значении числа Рейнольдса $\text{Re} < 10d_B/k_s$ распространение получила формула Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (2.33)$$

Если выполняется условие $\text{Re} > 500d_B/k_s$, то коэффициент Дарси может быть определен по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k_s}{d} \right)^{0,25}. \quad (2.34)$$

При турбулентном движении воды в трубах также часто используют формулу Колбрука:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k_s}{3,7d_B} \right). \quad (2.35)$$

В расчетах вентиляционных воздуховодов и каналов распространение получила формула, предложенная А.Д. Альтшулем:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_s}{d_B} \right)^{0,25}. \quad (2.36)$$

Данная формула дает достоверные результаты для всех областей турбулентного движения воздуха и приближенные для ламинарного режима.

В инженерной практике, применяется понятие **эквивалентной шероховатости k_s (Δ_s), м**, которая представляет собой выступы равномерно распределенной зернистой абсолютной шероховатости такого размера, который дает при подсчетах одинаковые с действительной шероховатостью потери давления. Значения эквивалентной шероховатости определяются на основании гидравлических испытаний труб и перерасчета их результатов по соответствующим формулам.

При практических расчетах значения эквивалентной шероховатости принимают с учетом материала трубы, ее состояния, зависящего от продолжительности и условий эксплуатации. Кроме того, значения эквивалентной шероховатости труб различных материалов приведены в нормативной документации. Так, при проектировании системы водяного отопления, эквивалентная шероховатость стальных труб принимается равной 0,0002 м. Иные значения шероховатости приведены в таблице Б.2 приложения Б.

Пример № 2.11

По новой стальной трубе внутренним диаметром 25 мм течет холодная вода с температурой 10 °С. Определить величину значения коэффициента гидравлического трения, если расход теплоносителя равен 0,5 м³/ч. Как изменится коэффициент, если расход уменьшится 5 раз? Трубы принять как стальные новые.

Решение. Определим среднюю скорость потока жидкости в трубе, исходя из уравнения неразрывности:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,5}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,025^2} = 0,28 \text{ м/с.}$$

Чтобы определить режим движения жидкости рассчитаем величину числа Re:

$$Re = \frac{vd}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,28 \cdot 0,025}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 5385.$$

где $\nu_{\text{ж}}$ — кинематическая вязкость воды, при температуре 10 °С равная $1,3 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Режим движения жидкости является турбулентным, так как число Рейнольдса больше критического числа равного для круглых труб 2320.

Эквивалентную шероховатость стальной трубы определяем по справочным данными из таблицы Б.2 приложения Б. $k_s = 0,00006$ м.

Определяем коэффициент Дарси по формуле Пуазейля, так как величина числа Рейнольдса находится в пределах от 300 до 7000:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \left(1 + 4 \left(\frac{k_s}{d_B} \right)^{0,8} \right) = \frac{64}{5385} \left(1 + 4 \left(\frac{0,00006}{0,025} \right)^{0,8} \right) = 0,0123.$$

Если расход воды уменьшится в пять раз, то скорость теплоносителя также уменьшится в пять раз (до 0,057 м/с), а число значение числа Рейнольдса составит:

$$\text{Re}_2 = \frac{v_2 d}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,057 \cdot 0,025}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 1096.$$

Видно, что при таких условиях будет наблюдаться ламинарный режим течения ($\text{Re}_2 < 2\,320$). Тогда коэффициент Дарси определим по формуле:

$$\lambda_2 = 64/\text{Re}_2 = 64/1096 = 0,0584.$$

Отношение коэффициентов гидравлического трения до и после изменения расхода составит:

$$\frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{0,0584}{0,0123} = 4,75.$$

Ответ: коэффициент гидравлического трения увеличится в 4,75 раза.

Пример № 2.12

В воздуховоде прямоугольного сечения размером 500×300 мм движется воздух с температурой 60 °С. Длина участка воздуховода составляет 20 м, а расход воздуха, проходящий через него, 4 000 м³/ч. Определить потерю давления на участке, если потеря в местных сопротивлениях составляет 20 % от потери давления по длине. Воздуховод выполнен из листовой стали.

Решение. Определим эквивалентный диаметр воздуховода по следующей формуле:

$$d_3 = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 0,3}{0,5+0,3} = 0,375 \text{ м.}$$

Средняя скорость воздуха в воздуховоде определяется из уравнения неразрывности:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{ab} = \frac{5000}{3600 \cdot 0,5 \cdot 0,3} = 4,63 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса для заданного потока составит:

$$Re = \frac{vd_3}{\nu_{ж}} = \frac{4,63 \cdot 0,375}{18,97 \cdot 10^{-6}} = 91526,$$

где ν – кинематическая вязкость воздуха, при температуре 60 °С равная $18,97 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Коэффициент гидравлического трения определим согласно формуле А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{k_3}{d_3} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{91526} + \frac{0,0001}{0,375} \right)^{0,25} = 0,0196,$$

где k_3 – эквивалентная шероховатость стенки воздуховода, принимаемая по таблице Б.2 приложения Б, 0,0001 мм.

Тогда потеря давления на трение (по длине) Δp_l , Па, согласно формуле Дарси-Вейсбаха составит:

$$\Delta p_l = \frac{\lambda}{d_3} l_{уч} \frac{\rho v^2}{2} = \frac{0,0196}{0,375} 20 \frac{1,06 \cdot 4,63^2}{2} = 11,9 \text{ Па.}$$

Потеря давления на участке, из условия $\Delta p_{м.с} = 0,2\Delta p_l$, составит:

$$\Delta p_{уч} = \Delta p_l + 0,2\Delta p_l = 11,9 + 0,2 \cdot 11,9 = 14,3 \text{ Па.}$$

Ответ: 14,3 Па.

2.7 Местные сопротивления

Местные сопротивления возникают вследствие изменения скорости потока по величине и направлению и зависят в основном от геометрических размеров и форм местных сопротивлений.

На практике определение потери давления на местных сопротивлениях связано с безразмерным коэффициентом местного сопротивления ζ . Для геометрически подобных местных сопротивлений, при одинаковом режиме движения жидкости, данный коэффициент принимают одинаковым, а потери давления в местном сопротивлении определяют по формуле Вейсбаха:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \zeta \frac{\rho v^2}{2}, \text{ Па.} \quad (2.37)$$

Коэффициент ζ для различного вида сопротивлений определяется, как правило, экспериментально, и в некоторых случаях используются теоретические формулы для его нахождения.

Внезапное расширение потока

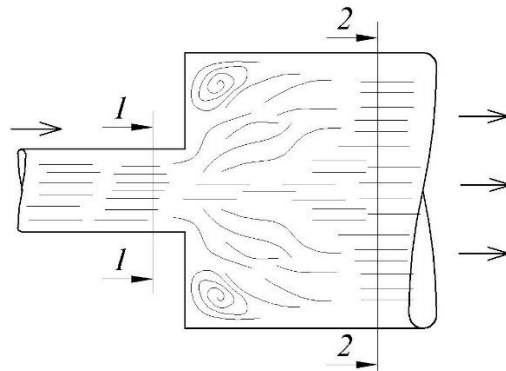


Рис. 2.10. Внезапное расширение потока

Если отнести КМС к скорости в первом сечении, то

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2. \quad (2.38)$$

Если отнести КМС ко второму сечению, при скорости v_2 , то:

$$\zeta_2 = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2. \quad (2.39)$$

Для круглых труб при напорном потоке коэффициенты ζ_1 и ζ_2 можно определить по формулам:

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2, \text{ и } \zeta_2 = \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} - 1\right)^2. \quad (2.40)$$

При внезапном расширении потока в неограниченное пространство, тогда $v_2 \rightarrow 0$ и, соответственно $\zeta \rightarrow 1$.

Плавное расширение потока

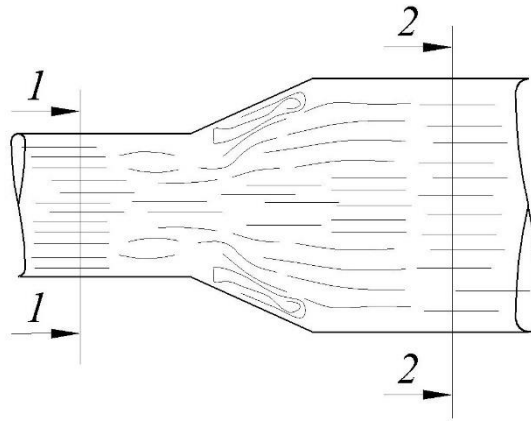


Рис. 2.11. Плавное расширение потока

Потерю напора при плавном расширении потока (в диффузоре) можно условно рассматривать как сумму потерь на трение и расширение.

В практических расчетах используется формула:

$$\zeta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \varphi_{\text{расш}} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2, \quad (2.41)$$

где α – угол расширения, °; n – степень расширения диффузора, определяемая по формуле:

$$n = \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad (2.42)$$

$\varphi_{\text{расш}}$ – коэффициент полноты удара, определяемый по графикам в зависимости от угла расширения.

Внезапное сужение потока

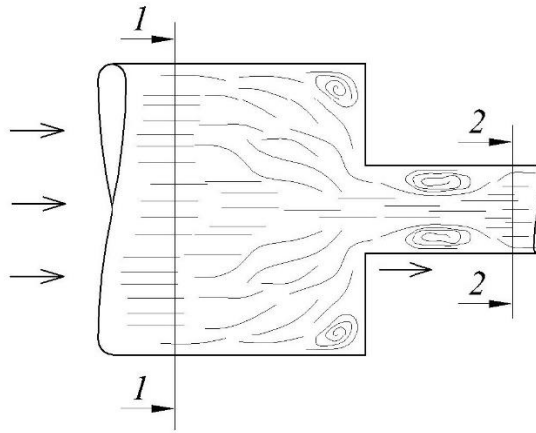


Рис. 2.12. Внезапное сужение потока

При внезапном сужении поток жидкости не обтекает входной угол, а срывается с него и сужается. Для практических расчетов пользуются полуэмпирической формулой:

$$\zeta = 0,5 \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right). \quad (2.43)$$

При внезапном сужении потока из неограниченного пространства, тогда $\omega_1 \rightarrow \infty$, и соответственно $\zeta \rightarrow 0,5$.

Плавное сужение потока

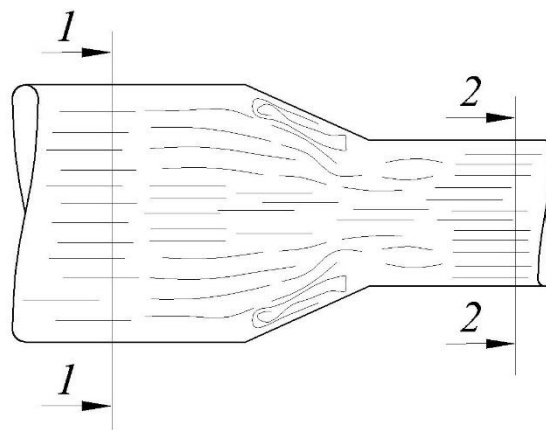


Рис. 2.13. Плавное сужение потока

Потерю напора при плавном сужении потока (в конфузоре) можно также условно рассматривать как сумму потерь на трение и сужение. В практических расчетах используется формула:

$$\zeta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + K_{\text{суж}} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2, \quad (2.44)$$

где $K_{\text{суж}}$ – коэффициент сужения, определяемый по графикам в зависимости от угла расширения.

Изменение направления потока

При резком повороте потока (незакругленное колено) возникают наибольшие потери напора, причем коэффициент КМС возрастает с увеличением угла поворота. Для отводов круглого сечения с углом поворота 90° значение КМС можно определить по формуле:

$$\zeta_{90^\circ} = 0,2 + 0,001(100\lambda)^8 \sqrt{\frac{d_B}{r}}, \quad (2.45)$$

где r – радиус скругления отвода, м.

При повороте на любой угол α можно приближенно принимать:

$$\zeta_\alpha = a \zeta_{90^\circ}, \quad (2.46)$$

где a – коэффициент, зависящий от угла поворота α и определяемый по справочной литературе. При $\alpha < 90^\circ$ значение коэффициента a можно примерно определить по формуле:

$$a = \sin \alpha. \quad (2.47)$$

При расчете потери давления участка трубы, содержащего отвод, следует включать длину отвода в общую длину трубного участка, чтобы учесть потерю давления на трение в отводе.

Изложенное выше относится к турбулентному режиму движения жидкости. При ламинарном режиме движения на местные потери напора оказывает влияние не только характер местного сопротивления, но и вязкость

жидкости. А.Д. Альтшуль предложил определять КМС в обобщённом случае для всех режимов движения воздуха по формуле:

$$\zeta = \frac{A}{Re} + \zeta_{\text{турб}}, \quad (2.48)$$

где A – коэффициент, зависящий от вида местного сопротивления, определяемый по справочным данным; $\zeta_{\text{турб}}$ – коэффициент местного сопротивления при турбулентном режиме.

Справочные данные о КМС относятся к выровненным потокам. В реальной системе из труб/воздуховодов, местные сопротивления часто следуют близко одно за другим, и потоки между ними не успевают выравниваться. Как правило, при взаимном влиянии местных сопротивлений потери давления на них уменьшаются.

В данном случае следует использовать следующую формулу:

$$\zeta = \beta \zeta_{\text{отд}}, \quad (2.49)$$

где $\zeta_{\text{отд}}$ – коэффициент местного сопротивления, когда исключено взаимное влияние других местных сопротивлений.

При больших значениях числа Рейнольдса длина взаимного влияния местных сопротивлений может быть оценена по формуле:

$$l_{\text{вл}} = (30 \dots 40) d_{\text{в}}. \quad (2.50)$$

Отдельные элементы инженерных систем (например, регуляторы давления, термостатические клапаны систем отопления, приточные и вытяжные решетки систем вентиляции) подбираются по номограммам фирмы-производителя, по которым также определяется потеря давления на элементе в зависимости от расхода среды. Кроме того, зачастую используется понятие **пропускной способности, или проводимости.**

Пример № 2.13

Определить потерю давления потока воздуха в воздуховоде, выполненном из листовой стали, круглого сечения диаметром 160 мм, при известном объемном расходе воздуха 200 м³/ч. Температуру воздуха принять 21 °С. Длина воздуховода составляет 6 м, а по пути следования потока имеются два отвода, углом поворота 90° и радиусом скругления 240 мм. При определении коэффициента гидравлического трения использовать формулу А.Д. Альтшуля. Эквивалентная шероховатость внутренней поверхности трубы составляет 0,1 мм.

Решение. Средняя скорость потока воздуха в воздуховоде, согласно уравнению неразрывности, составит:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 200}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,16^2} = 2,77 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса для данного потока составит:

$$Re = \frac{v d_B}{\nu_{ж}} = \frac{2,77 \cdot 0,16}{18,97 \cdot 10^{-6}} = 23\,363.$$

Коэффициент гидравлического трения определяем по уравнению А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{k_s}{d_B} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{23363} + \frac{0,0001}{0,16} \right)^{0,25} = 0,0268.$$

Определим коэффициент местного сопротивления отводов по формуле:

$$\zeta_{90^\circ} = 0,2 + 0,001(100\lambda)^8 \sqrt{\frac{d_B}{r}} = 0,2 + 0,001(100 \cdot 0,0268)^8 \sqrt{\frac{0,16}{0,24}} = 1,07,$$

где r – радиус скругления отвода, 0,24 м.

Потерю давления на всем участке определим согласно уравнению Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta p_{уч} = \frac{\lambda}{d_B} l_{уч} \frac{\rho v^2}{2} + \sum \zeta_{уч} \frac{\rho v^2}{2} = \frac{0,0268}{0,16} 6 \frac{1,2 \cdot 2,77^2}{2} + 1,07 \frac{1,2 \cdot 2,77^2}{2} = 9,6 \text{ Па.}$$

Ответ: 9,6 Па.

Пример № 2.14

Ёмкость с водой размерами $2 \times 1 \times 4$ м ($a \times b \times h$) обслуживает дачный участок (рис. 2.14). Определить расход воды на выходе из водоразборного крана, если отметка дна ёмкости 10 м от уровня водоразбора, длина водопровода 5 м, а температура воды 15 °С. Водопровод проложен из полиэтиленовой трубы, внутренним диаметром 25 мм. Изначально бак заполнен на $2/3$ объёма. Коэффициенты местного сопротивления определить из справочных данных. Величиной коэффициента Кориолиса пренебречь.

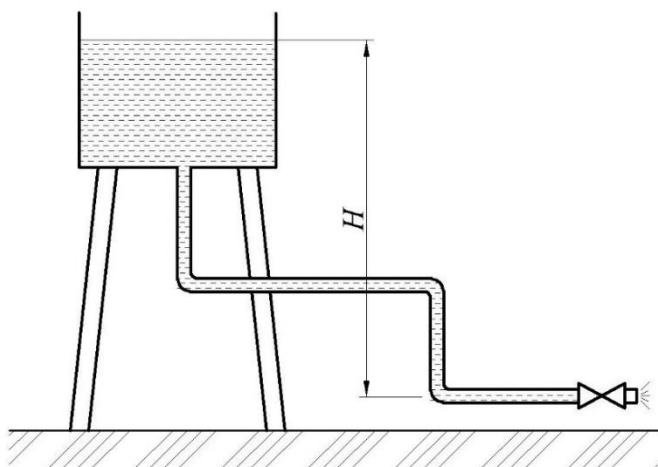


Рис. 2.14. Схема водопровода к примеру 2.14

Решение. Для определения расхода жидкости используем уравнение неразрывности:

$$Q = v\omega = \frac{v\pi d^2}{4}, \text{ м/с.}$$

Среднюю скорость потока на водоразборе определим исходя из уравнения Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - h_{\text{нл-2}}.$$

Преобразуем данное уравнение исходя из следующих положений:

а) отметка уровня воды относительно водоразбора z_1 составит $2/3$ высоты ёмкости $h_{\text{смк}}$ плюс отметка от водоразбора до дна ёмкости H :

$$z_1 = \frac{2}{3} h_{\text{ёмк}} + H, \text{ м};$$

б) поскольку оба сечения сообщаются с атмосферой, то давление p_1 и p_2 в расчетах не учитываем, т.е. условно $p_1 = p_2 = 0$;

в) согласно заданию коэффициентом Кориолиса пренебрегаем, $\alpha_1 = \alpha_2$;

г) скорость движения воды в ёмкости принимаем равной нулю, так как она имеет незначительную величину, $v_1 = 0$.

д) $z_2 = 0$, так как отсчет ведем от уровня водоразбора.

Тогда уравнение Бернулли для данного случая примет вид:

$$\frac{2}{3} h_{\text{ёмк}} + H = \frac{v_2^2}{2g} - h_{\text{п1-2}}.$$

Потеря давления между двумя сечениями по длине и в местных сопротивлениях определяем по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta p_{\text{уч}} = \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2} + \sum \zeta_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2}, \text{ Па.}$$

Потерю напора определим по следующей формуле:

$$h_{\text{п1-2}} = \frac{\Delta p_{\text{уч}}}{\rho g} = \frac{\frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2} + \sum \zeta_{\text{уч}} \frac{\rho v^2}{2}}{\rho g} = \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta_{\text{уч}} \frac{v^2}{2g}, \text{ м.}$$

Подставим в уравнение Бернулли:

$$\frac{2}{3} h_{\text{ёмк}} + H = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} \frac{v_2^2}{2g} - \sum \zeta_{\text{уч}} \frac{v_2^2}{2g};$$

$$\frac{2}{3} h_{\text{ёмк}} + H = \frac{v_2^2}{2g} \left(1 + \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} + \sum \zeta_{\text{уч}} \right).$$

Выразим скорость на выходе из водоразбора:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{2}{3} h_{\text{ёмк}} + H \right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{d_{\text{в}}} l_{\text{уч}} + \sum \zeta_{\text{уч}} \right)}}, \text{ м/с.}$$

Тогда расход воды из водоразбора составит:

$$Q = v_2 \omega = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{2}{3} h_{\text{эмк}} + H \right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{d_B} l_{\text{уч}} + \sum \zeta_{\text{уч}} \right)}} \frac{\pi d^2}{4}, \text{ м}^3/\text{с}.$$

Поскольку расход теплоносителя заранее неизвестен, то определить гидравлический режим потока заранее не можем. Поэтому режим принимаем как турбулентный, а коэффициент гидравлического трения определяем по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k_3}{d_B} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,00001}{0,025} \right)^{0,25} = 0,0156.$$

Коэффициент эквивалентной шероховатости принимается по справочным данным (таблица Б.2), для полиэтиленовых труб 0,01 мм.

Сумма коэффициентов местных сопротивлений определена по справочным данным (приложение В) :

- отвод гнутый 90° – 2 шт. ($\zeta = 0,5$);
- шаровой кран Ду 25 – 1 шт. ($\zeta = 0,2$).

Сумма коэффициентов местных сопротивлений составит:

$$\Sigma \zeta = 0,5 \cdot 2 + 0,2 = 1,2.$$

Подставим все известные значения в уравнение по определению расхода:

$$Q = v_2 \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \left(\frac{2}{3} 2 + 10 \right)}{\left(1 + \frac{0,0156}{0,025} 5 + 1,2 \right)}} \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} = 6,47 \cdot 0,00049 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Определим величину числа Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{v d_B}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{6,47 \cdot 0,025}{1,151 \cdot 10^{-6}} = 140530.$$

Условие $\text{Re} > 500 d_B / k_3 \rightarrow 140\,530 > 1\,250\,000$ не выполняется, поэтому коэффициент гидравлического трения определим по формуле А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_{\text{в}}}{d_{\text{в}}} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{140530} + \frac{0,00001}{0,025} \right)^{0,25} = 0,019.$$

Уточняем расход воды:

$$Q = v_2 \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \left(\frac{2}{3} 2 + 10 \right)}{\left(1 + \frac{0,0156}{0,025} 5 + 1,2 \right)}} \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} = 6,09 \cdot 0,00049 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с} = 10,8 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Ответ: 10,8 м³/ч.

Часть 3. Гидравлический расчёт трубных инженерных систем

При гидравлическом расчете трубные системы подразделяют на *простые* и *сложные*.

Простыми называются системы, состоящие из одной линии труб с постоянным расходом.

Сложные системы состоят из нескольких гидравлически параллельных, и последовательных трубных участков с различным расходом. Кроме того, сеть может быть разветвленной (разомкнутой или тупиковой) или кольцевой (замкнутой) и включать как транзитные, так и распределительные трубные участки.

Гидравлический расчет простой трубной системы сводится к решению трех основных задач.

Первая задача. Требуется определить напор H , м вод.ст., необходимый для пропуска заданного расхода жидкости Q , м³/ч, по заданному трубному участку с заданным диаметром d , м, и длиной l , м.

$$H = \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right), \quad (3.1)$$

а для круглых труб:

$$H = \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right). \quad (3.2)$$

Определение значений λ и ζ в данном случае не вызывает затруднений, так как число Re заранее можно определить.

Вторая задача. Требуется определить расход жидкости Q в трубном участке при условии, что известны напор H , длина трубы l и ее диаметр.

Задача решается с помощью преобразованной формулы для первой задачи:

$$Q = \omega \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda l/d + \sum \zeta}}, \quad (3.3)$$

а для круглых труб:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda l/d + \sum \zeta}}. \quad (3.4)$$

Так как коэффициенты λ и ζ являются функциями от числа Рейнольдса, которое связано с неизвестным и искомым расходом Q , то решение находим методом попыток, полагая в первом приближении существование квадратичного закона сопротивления, при котором коэффициенты λ и ζ не зависят от числа Рейнольдса.

Третья задача. Требуется определить диаметр трубопровода d при заданном расходе Q , длине трубного участка l , и напоре H .

$$Q = \omega \sqrt{\frac{2gH}{1 + f(d)l/d + \sum \zeta}}. \quad (3.5)$$

Третья задача является самой сложной, так как заранее мы не знаем режим течения жидкости, так как он напрямую зависит от скорости движения потока, то есть от расхода жидкости и сечения трубы. Соответственно $\lambda = f(d)$.

Для решения такого вида задач задаются сечением трубы из доступного перечня (согласно ГОСТ по изготовлению труб или каталогов фирм-производителей), определяют расход теплоносителя при условии квадратичного закона сопротивления, затем, при необходимости, получив предварительное приближение величины расхода уточняют скорость потока, число Рейнольдса и коэффициент гидравлического трения, и снова уточняют расход. Сечение трубы выбирают то, при котором полученный расход будет наиболее близок к заданному, то есть к тому, который необходимо обеспечить.

В зависимости от соотношения между местными потерями давления и потерями на трение, системы делятся на *короткие* и *длинные*.

В *длинных* трубных системах, потеря давления на трение во много раз превосходит потерю на местных сопротивлениях ($\lambda l/d \gg \Sigma \zeta$) и скоростной напор на выходе ($\lambda l/d \gg 1$). Примерами длинных трубных систем является магистральные водопроводы, газопроводы, тепловые сети, в которых потери давления в местных сопротивлениях составляют менее 2-3 % и ими на практике пренебрегают.

В *коротких* трубных системах, потеря давления в местных сопротивлениях соизмерима с потерей на трение.

Для длинных систем уравнение потери напора принимает вид:

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (3.6)$$

Уравнение расчета для первой задачи (для круглых труб) приводится к виду:

$$h = \frac{8Q^2 \lambda l}{g \pi^2 d^5} = \frac{8\lambda}{g \pi^2 d^5} Q^2 l = A Q^2 l = S Q^2, \text{ м}, \quad (3.7)$$

$$h = A Q^2 l = S Q^2. \quad (3.8)$$

а для второй:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{\lambda l/d}} = \sqrt{\frac{h}{A l}} = \sqrt{\frac{h}{S}}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (3.9)$$

$$Q = \sqrt{\frac{h}{A l}} = \sqrt{\frac{h}{S}}, \quad (3.10)$$

где A – удельное сопротивление трубного участка, $\text{м}/((\text{м}^3/\text{с})^2 \cdot \text{м})$:

$$A = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5}; \quad (3.11)$$

S – характеристика сопротивления трубного участка, м/(м³/с)²:

$$S = Al = \frac{8\lambda l}{g\pi^2 d^5}. \quad (3.12)$$

Показатели S и A в ряде случаев значительно упрощают вычислительную работу по гидравлическому расчету труб.

При движении жидкостей санитарно-технических систем квадратичный закон сопротивления соблюдается не всегда. Так, например, более 80 % всех городских газопроводов низкого и среднего давления работает в неквадратичной области сопротивления. В этом случае параметр A зависит не только от диаметра трубы, но и также и от скорости движения в ней, в связи с чем решение задач по гидравлическому расчету трубных систем несколько осложняется.

Тогда:

$$h = \frac{8\lambda Q^2 l}{g\pi^2 d^5} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{KB}}} \frac{8\lambda_{\text{KB}} Q^2 l}{g\pi^2 d^5} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{KB}}} A_{\text{KB}} Q^2 l. \quad (3.13)$$

Введем понятие поправки на неквадратичность:

$$\psi = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{KB}}}. \quad (3.14)$$

Тогда:

$$h = \psi A_{\text{KB}} Q^2 l = \psi S_{\text{KB}} Q^2. \quad (3.15)$$

Согласно формуле А.Д. Альтшуля, поправка может быть определена по формуле:

$$\psi = \left(1 + \frac{68v_{ж}}{vk_9} \right)^{0,25}. \quad (3.16)$$

Гидравлический расчет трубных систем с учетом меняющегося во времени расхода в соответствии с производственными требованиями эксплуатации представляет собой сложную задачу. Такие расчёты рассматриваются в специальных курсах по отдельным видам систем.

Рассмотрим две схемы сложных трубопроводных систем:

- последовательное соединение трубных участков;
- параллельное соединение трубных участков.

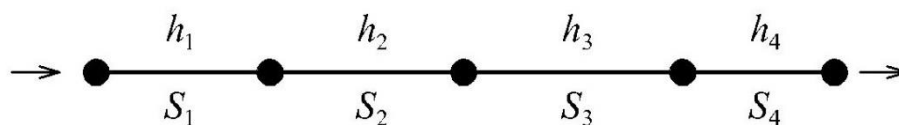


Рис. 3.1. Последовательное соединение трубных участков

При последовательном соединении трубных участков различного диаметра и постоянном расходе жидкости потеря напора h составит:

$$h = h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n, \quad (3.17)$$

Преобразуем:

$$h = S_1 Q^2 + S_2 Q^2 + S_3 Q^2 + \dots + S_n Q^2. \quad (3.18)$$

$$h = Q^2 (S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n). \quad (3.19)$$

Пусть:

$$S_{\text{общ}} = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n. \quad (3.20)$$

Тогда, при последовательном соединении трубных участков характеристика сопротивления складывается.

Если система в одной точке разветвляется на несколько труб, а затем они вновь объединяются, то такое соединение называется параллельным (см. рис. 3.2).

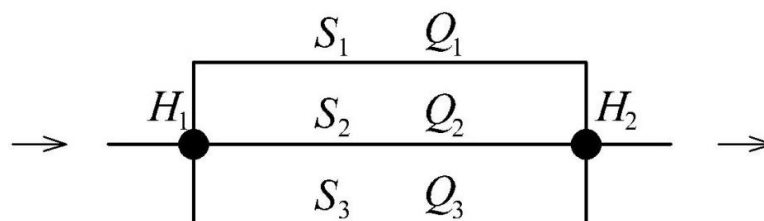


Рис. 3.2. Параллельное соединение трубных участков

Задача в таких трубах, часто заключается в том, чтобы определить расход в отдельных ветвях системы, а также потерю напора в данной системе.

Потеря напора в любой трубе ответвления одинаковы, так как в обеих общих (крайних) точках разветвления имеется один и тот же начальный H_1 и конечный H_2 напор:

$$h_{1-2} = H_1 - H_2 = h_1 = h_2 = \dots = h_n. \quad (3.21)$$

$$h_{1-2} = S_1 Q_1^2 = S_2 Q_2^2 = S_3 Q_3^2 = \dots = S_n Q_n^2. \quad (3.22)$$

При этом расход воды на параллельных участках при сложении дает общий расход в контуре:

$$Q_{\text{общ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n. \quad (3.23)$$

Тогда:

$$Q_{\text{общ}} = \sqrt{h} \left(\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \frac{1}{\sqrt{S_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n}} \right), \quad (3.24)$$

а общая характеристика сопротивления узла может быть определена по формуле:

$$S_{\text{общ}} = \frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \frac{1}{\sqrt{S_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}. \quad (3.25)$$

Пример № 3.1

По простой трубной системе водоснабжения течет вода с расходом 4 м³/ч. Внутренний диаметр трубы неизменный и равен 50 мм. Длина системы 30 м, а $k_s = 0,5$ мм. Температура воды составляет 20 °С. На участке трубы также располагается открытая клиновая задвижка. Определить необходимый напор, создаваемый насосом, чтобы вода из трубы выходила с напором 4 м.вод.ст.

Решение. Данная система относится к простой трубной, а тип решения задачи к первой, поэтому для определения потери напора используем следующую формулу:

$$h_{1-2} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right).$$

Определим скорость воды исходя из уравнения неразрывности:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 4}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2} = 0,57 \text{ м/с.}$$

Тогда число Рейнольдса равно:

$$Re = \frac{vd_B}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,57 \cdot 0,05}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 28330.$$

Условие $500d_B/k_s < Re \rightarrow 500 \cdot 0,05/0,0005 = 50000 > 28\,330$ не выполняется, поэтому для определения коэффициента гидравлического трения воспользуемся формулой Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{k_s}{d_B} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{28330} + \frac{0,0005}{0,05} \right)^{0,25} = 0,088.$$

Коэффициент местного сопротивления клиновой задвижки $\zeta_{\text{Ду } 50}$ принимаем по справочному приложению В, равным 0,15.

Тогда потеря напора в участке составит:

$$h_{1-2} = \frac{8 \cdot 4^2}{3600^2 \cdot 9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,05^4} \left(1 + 0,088 \frac{30}{0,05} + 0,15 \right) = 0,0069 \text{ м.}$$

Таким образом, чтобы обеспечить напор теплоносителя на выходе из участка не менее 4 м.вод.ст., необходимо перед участком обеспечить давление не менее:

$$H_{\text{вх}} = H_{\text{вых}} + h_{1-2} = 4 + 0,0069 = 4,0069 \text{ м.вод.ст.}$$

Ответ: 4,0069 м.вод.ст

Пример № 3.2

В разветвлённой гидравлической сети (см. рис. 3.3) течет вода с температурой 90 °С. Сеть выполнена из стальных труб прошедших 5 лет эксплуатации. Расход на входе в сеть составляет 6500 л/ч. Определить расход воды на участках 2 и 3, и потерю давления в сети, если внутренние диаметры участков равны соответственно $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 32$ мм; $d_3 = 20$ мм; $d_4 = 40$ мм, а длины участков равны $l_1 = 10$ м; $l_2 = 15$ м; $l_3 = 10$ м; $l_4 = 5$ м. Потерю давления в местных сопротивлениях не учитывать.

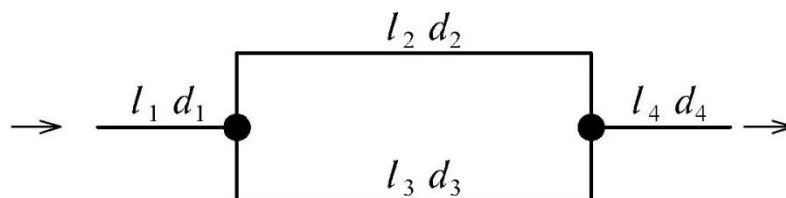


Рис. 3.3. Гидравлическая сеть к примеру 3.2

Решение. Поскольку расход воды на каждом участке не известен, определим коэффициент гидравлического трения ориентировочно для каждого участка по формуле Шифринсона:

$$\lambda_1 = 0,11 \left(\frac{k_3}{d_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,5}{50} \right)^{0,25} = 0,0348;$$

$$\lambda_2 = 0,11 \left(\frac{k_3}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,5}{32} \right)^{0,25} = 0,0389;$$

$$\lambda_3 = 0,11 \left(\frac{k_3}{d_3} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,5}{20} \right)^{0,25} = 0,0438;$$

$$\lambda_4 = 0,11 \left(\frac{k_3}{d_4} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,5}{40} \right)^{0,25} = 0,0368.$$

Характеристика сопротивления участков будет равна:

$$S_1 = \frac{8\lambda_1 l_1}{g\pi^2 d_1^5} = \frac{8 \cdot 0,0348 \cdot 10}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,05^5} = 92107 \frac{\text{м}}{(\text{м}^3/\text{с})^2};$$

$$S_2 = \frac{8\lambda_2 l_2}{g\pi^2 d_2^5} = \frac{8 \cdot 0,0389 \cdot 15}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,032^5} = 143832 \frac{\text{м}}{(\text{м}^3/\text{с})^2};$$

$$S_3 = \frac{8\lambda_3 l_3}{g\pi^2 d_3^5} = \frac{8 \cdot 0,0438 \cdot 10}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,02^5} = 11321027 \frac{\text{м}}{(\text{м}^3/\text{с})^2};$$

$$S_4 = \frac{8\lambda_4 l_4}{g\pi^2 d_4^5} = \frac{8 \cdot 0,0368 \cdot 5}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,04^5} = 148621 \frac{\text{м}}{(\text{м}^3/\text{с})^2}.$$

Расход воды через участок 2 можно выразить из баланса расходов:

$$Q_2 = Q_1 - Q_3, \text{ м}^3/\text{с}.$$

Участки 2 и 3 являются гидравлически параллельными, поэтому потеря напора в них будет одинаковая, следовательно:

$$h_{2-3} = S_2 Q_2^2 = S_3 Q_3^2, \text{ м}.$$

Отсюда выразим расход воды через второй участок:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{S_2}{S_3}} Q_2 = \sqrt{\frac{S_2}{S_3}} Q_2, \text{ м}^3/\text{с}.$$

Подставив данное выражение в уравнение расходов получим величину расхода на участке 2:

$$\begin{aligned} Q_2 = Q_1 - \sqrt{\frac{S_2}{S_3}} Q_2 \rightarrow Q_2 &= \frac{Q_1}{1 + \sqrt{\frac{S_2}{S_3}}} = \frac{6500}{3600 \cdot 1000 \left(1 + \sqrt{\frac{143832}{11321027}} \right)} = \\ &= 0,0016 \text{ м}^3/\text{с} = 5842 \text{ л/ч}. \end{aligned}$$

Тогда расход воды на третьем участке составит:

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 6500 - 5842 = 658 \text{ л / ч.}$$

Потеря напора в узле определяется исходя из следующих соображений:

а) участки 2 и 3 соединены гидравлически параллельно, тогда потеря давления в этих участках может быть определена как:

$$h_{2-3} = S_2 Q_2^2 = 143832 \cdot 3,78^2 = 0,37 \text{ м.}$$

б) участок 1, узел 2-3 и участок 4 соединены последовательно, значит, общая потеря напора в системе составит:

$$h = h_1 + h_{2-3} + h_4 = S_1 Q_1^2 + h_{2-3} + S_4 Q_4^2 = 92107 \cdot 0,0018^2 + 0,37 + 148621 \cdot 0,0018^2 = 1,15 \text{ м.}$$

Таким образом, потеря давления в системе составит:

$$\Delta p = \rho g h = 965,3 \cdot 9,81 \cdot 1,15 = 10\,890 \text{ Па.}$$

Ответ: 5 842 л/ч и 658 л/ч; 10 890 Па.

Часть 4. Особенности аэродинамического расчёта газовых трубных систем

Перекачивание по трубам и каналам (воздух, пар, природный и искусственный газ) широко используется для различных целей.

Воздуховоды служат для подачи воздуха к технологическому оборудованию и для вентиляции помещения.

Газопроводы служат для подачи газа к газораспределительным пунктам (ГРП) и отдельным объектам промышленного и коммунально-бытового назначения, а также для транспортирования газа от ГРП к потребителям и раздачи внутри здания.

Особенность аэродинамического расчета газовых систем от водяных заключается в различии физических свойств капельных и газообразных жидкостей. При аэродинамическом расчете следует различать два случая: *движение при малых относительных перепадах давления и движение при больших перепадах.*

Под относительным перепадом давления $\Delta p/p_{\text{ср}}$ понимают отношение абсолютного перепада давления между начальным и конечным сечением Δp к среднему давлению на участке $p_{\text{ср}} = (p_1 + p_2)/2$.

В первом случае ($\Delta p/p_{\text{ср}} < 5 \%$) можно, пренебрегая сжимаемостью, считать плотность, транспортируемого газа неизменной по длине трубы. *Тогда аэродинамический расчет для газов принципиально не отличается от расчета для несжимаемых жидкостей.* К таким системам относятся газопроводы низкого и среднего давления и системы вентиляции.

При больших относительных перепадах давления ($\Delta p/p_{\text{ср}} > 5 \%$) *пренебрегать сжимаемостью газа нельзя* и нужно учитывать уменьшение давления транспортируемого газа по длине трубы, сопровождающееся снижением плотности газа с возрастанием его скорости в направлении движения. К таким системам относятся газопроводы высокого давления.

В длинных газопроводах потеря давления на местные сопротивления невелики по сравнению с потерей давления на трение. Для определения потери давления в длинных газопроводах *низкого* и *среднего* давления обычно используют следующую формулу:

$$\Delta p_l = 69 \left(\frac{k_{\text{э}}}{d} + \frac{1922 d v_{\text{ж}}}{Q} \right)^{0,25} \rho l \frac{Q^2}{d^5}, \text{ Па}, \quad (4.1)$$

где $d_{\text{в}}$ – внутренний диаметр трубы, см; $k_{\text{э}}$ – эквивалентная шероховатость, см; $v_{\text{ж}}$ – кинематическая вязкость транспортируемого газа, м²/с; Q – расход газа, м³/ч; ρ – плотность газа (при температуре 0 °С и давлении 760 мм рт. ст.), кг/м³; l – длина участка газопровода, м.

При расчете газопроводов высокого давления, для учета сжимаемости газа, используют иную формулу:

$$\frac{(p_1^2 - p_2^2)}{L} = 1,4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{k_{\text{э}}}{d} + \frac{1922 d v_{\text{ж}}}{Q} \right)^{0,25} \frac{Q^2}{d^5} \rho, \quad (4.2)$$

где p_1 и p_2 – абсолютное давление газа в начале и конце газопровода, МПа.

Пример № 4.1

Определить потерю давления в стальном газопроводе низкого давления длиной 20 м, при расходе воздуха 50 м³/ч, диаметре 5 мм, и эквивалентной шероховатостью 0,1 мм. Плотность газа принять 0,85 кг/м³, а кинематическую вязкость $1 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Решение. Потеря давления по длине в газопроводе составит:

$$\Delta p_l = 69 \left(\frac{k_{\text{э}}}{d} + \frac{1922 d v_{\text{ж}}}{Q} \right)^{0,25} \rho l \frac{Q^2}{d^5} = 69 \left(\frac{0,01}{5} + \frac{1922 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{50} \right)^{0,25} 0,85 \cdot 20 \frac{50^2}{5^5} = 203 \text{ Па}.$$

Ответ: 203 Па.

Пример № 4.2

В газопровод высокого давления подается газ давлением 5 МПа. Определить давление на выходе из стального газопровода длиной 1000 м, при

расходе воздуха 8000 м³/ч, внутреннем диаметре трубы 150 мм, и эквивалентной шероховатостью 0,1 мм. Плотность газа принять 0,65 кг/м³, а кинематическую вязкость 1·10⁻⁶ м²/с.

Решение. Для аэродинамического расчета газопроводов высокого давления используется следующая формула:

$$\frac{(p_1^2 - p_2^2)}{L} = 1,4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{k_{\text{э}}}{d} + \frac{1922 d v_{\text{ж}}}{Q} \right)^{0,25} \frac{Q^2}{d^5} \rho.$$

Выразим давление на выходе из газопровода:

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - 1,4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{k_{\text{э}}}{d} + \frac{1922 d v_{\text{ж}}}{Q} \right)^{0,25} \frac{Q^2}{d^5} \rho l}.$$

$$p_2 = \sqrt{5^2 - 1,4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{0,01}{15} + \frac{1922 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{8000} \right)^{0,25} \frac{8000^2}{15^5} 0,65 \cdot 5000} = 4,94 \text{ МПа}.$$

Ответ: 4,94 МПа.

Часть 5. Гидравлические струи

5.1 Свободная изотермическая струя круглого сечения с равномерным полем скоростей. Свободная плоская изотермическая струя

Из круглого отверстия вытекает воздух, образуя струю круглого сечения (см. рисунок 5.1). Поле скоростей в выпускном отверстии равномерно.

Начало координат поместим в центре выпускного отверстия, ось абсцисс x направим по оси струи.

Начальный участок

Относительный радиус струи:

$$\bar{R}_x = \frac{R_x}{R_0} = \frac{R_x + x \operatorname{tg} \theta_n}{R_0} = 1 + \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n, \quad (5.1)$$

где R_0 – радиус выпускного отверстия; x – расстояние от выпускного отверстия до рассматриваемого сечения (текущая координата x); $\bar{x} = x / R_0$ – относительная координата (относительная абсцисса); R_x – радиус струи в рассматриваемом сечении (на расстоянии x от выпускного отверстия);

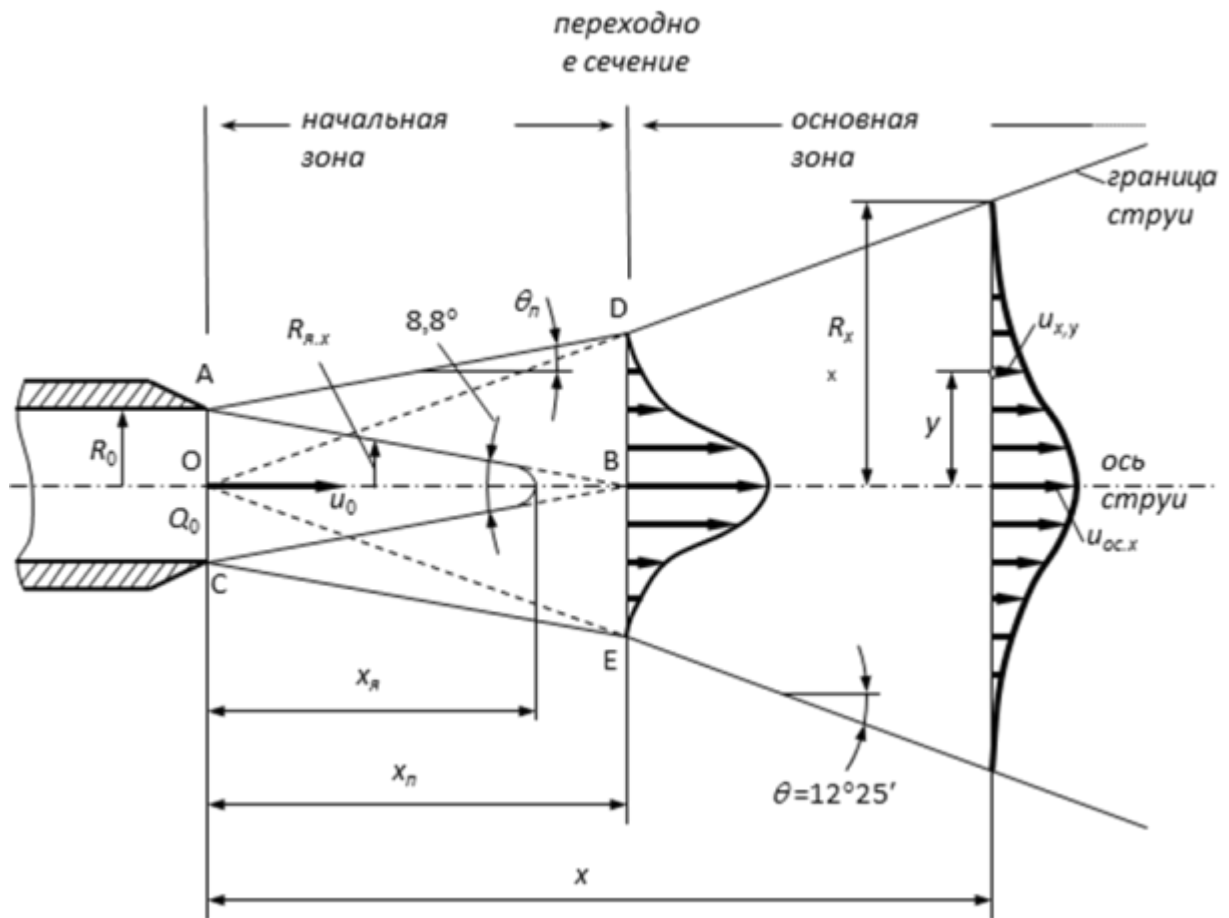


Рис. 5.1. Схема свободной струи круглого сечения с равномерным начальным полем скоростей

$x_я$ – длина ядра; x_n – длина начальной зоны; x, y – текущие координаты

θ_n – боковой угол расширения струи на начальном участке;

Относительный объемный расход:

$$\bar{L}_x = \frac{L_x}{L_0} = \frac{L_{я.x} + L_{n.x}}{L_0} = \bar{L}_{я.x} + \bar{L}_{n.x},$$

где L_0 – объемный расход в выпускном отверстии; $L_{я.x}, L_{n.x}$ – объемные расходы в рассматриваемом сечении, соответственно в ядре постоянных скоростей и пограничном слое.

Относительный объемный расход в ядре постоянных скоростей:

$$\bar{L}_{я.x} = \frac{L_{я.x}}{L_0} = \frac{\pi R_{я.x}^2 u_0}{\pi R_0^2 u_0} = \bar{R}_{я.x}^2,$$

где $R_{я.x}$ – радиус ядра постоянных скоростей в текущем сечении.

Относительный объемный расход в пограничном слое:

$$\bar{L}_{n.x} = \frac{L_{n.x}}{L_0} = \frac{\pi(R_x^2 - R_{я.x}^2)u_{ср.п.x}}{\pi R_0^2 u_0} = (\bar{R}_x^2 - \bar{R}_{я.x}^2) \bar{u}_{ср.п.x},$$

где $u_{ср.п.x}$ – средняя скорость в пограничном слое рассматриваемого сечения.

Для определения радиуса ядра постоянных скоростей в произвольном сечении (начального участка) воспользуемся ранее установленным свойством струи, состоящим в том, что она имеет во всех своих поперечных сечениях одинаковое количество движения. Поэтому для двух сечений начального участка струи, выбранных одно на расстоянии x от выпускного отверстия, а другое – проходящее через это отверстие, получим:

$$m_{я.x}u_0 + m_{п.x}u_{ср.п.x} = m_0u_0, \quad (5.2)$$

где $m_{я.x}$, $m_{п.x}$, m_0 – массы (секундные) воздуха, проходящие, соответственно через площади сечений ядра и пограничного слоя (в текущем сечении), а также через площадь выпускного отверстия;

$$m_{я.x} = \rho \pi R_{я.x}^2 u_0,$$

$$m_{п.x} = \rho \pi (R_x^2 - R_{я.x}^2) u_{ср.п.x},$$

$$m_0 = \rho \pi R_0^2 u_0.$$

Подставляя эти выражения в формулу количества движения (5.1), получим:

$$\rho \pi R_{я.x}^2 u_0^2 + \rho \pi (R_x^2 - R_{я.x}^2) u_{ср.п.x}^2 \beta + \rho \pi R_0^2 u_0^2 = ,$$

где β – коэффициент Буссинеска.

Разделив обе части последнего равенства на $\rho \pi R_0^2 u_0$, будем иметь:

$$\bar{R}_{я.х}^{-2} + \beta \left(\bar{R}_x^{-2} - \bar{R}_{я.х}^{-2} \right) \bar{u}_{ср.п.х}^{-2} = 1..$$

Решая это равенство относительно радиуса ядра постоянных скоростей (для текущего сечения), получим

$$\bar{R}_{я.х}^{-2} = \frac{1 - \beta \bar{R}_x^{-2} \bar{u}_{ср.п.х}^{-2}}{1 - \beta \bar{u}_{ср.п.х}^{-2}} ..$$

Относительная средняя скорость в поперечном сечении пограничного слоя

$$\bar{u}_{ср.п.х} = u_{ср.п.х} / u_0 = k..$$

Величину k также называют коэффициентом поля скоростей.

Подставляя полученные величины $\bar{R}_x, \bar{R}_{я.х}, u_{ср.п.х}$ в формулы для относительных объемных расходов в ядре постоянных скоростей и в пограничном слое, получим:

$$\bar{L}_я = 1 - \frac{k^2 \beta}{1 - k^2 \beta} \left(2 + \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n \right) \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n,,$$

$$\bar{L}_n = 1 - \frac{k}{1 - k^2 \beta} \left(2 + \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n \right) \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n.$$

Тогда относительный объемный расход в текущем сечении начального участка будет определяться по формуле:

$$\bar{L} = 1 + \frac{2k(1 - k\beta)}{1 - k^2 \beta} \bar{x} \operatorname{tg} \theta_n + \frac{k(1 - k\beta)}{1 - k^2 \beta} \bar{x}^2 \operatorname{tg}^2 \theta_n. \quad (5.3)$$

Относительная средняя скорость в поперечном сечении струи

$$\bar{u}_{cp.x} = \frac{u_{cp.x}}{u_0} = \frac{L_x}{\pi R_x^2} \frac{\pi R_0^2}{L_0} = \frac{\bar{L}}{\bar{R}_x^2} = \frac{1 + \frac{2k(1-k\beta)}{1-k^2\beta} xtg\theta_n + \frac{k(1-k\beta)}{1-k^2\beta} x^2 tg^2\theta_n}{(1 + xtg\theta_n)^2}. \quad (5.4)$$

Относительная скорость на оси струи:

$$\bar{u}_{oc.x} = \frac{u_{oc.x}}{u_0} = \frac{u_0}{u_0} = 1. \quad (3.5)$$

Основной участок

Относительный радиус струи:

$$\bar{R}_x = \frac{R_x}{R_0} = \frac{xtg\theta_n}{R_0} = xtg\theta_n, \quad (5.6)$$

где θ – боковой угол расширения струи на основном участке.

Относительную среднюю скорость в поперечном сечении струи найдем из условия постоянства количества движения. Для текущего сечения (на расстоянии x от выпускного отверстия) и сечения выпускного отверстия можно записать

$$\rho \pi R_x^2 u_{cp.x}^2 \beta = \rho \pi R_0^2 u_0^2 ..$$

Разделив обе части этого выражения на $\rho \pi R_0^2 u_0^2$, получим:

$$\beta \bar{R}_x^2 \bar{u}_{cp.x}^2 = 1..$$

Отсюда относительная средняя скорость:

$$\bar{u}_{cp.x} = \frac{u_{cp.x}}{u_0} = \frac{1}{\bar{R}_x \sqrt{\beta}} = \frac{1}{xtg\theta \sqrt{\beta}}. \quad (5.7)$$

Относительная скорость на оси струи:

$$\overline{u_{oc}} = \frac{u_{oc}}{u_0} = \frac{1}{k} \overline{u_{cp}} = \frac{1}{k x \operatorname{tg} \theta \sqrt{\beta}}. \quad (5.8)$$

Относительный объемный расход:

$$\overline{L_x} = \frac{L_x}{L_0} = \frac{\pi R_x^2 u_{cp.x}}{\pi R_0^2 u_0} = \overline{R_x^2} \overline{u_{cp.x}} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} x \operatorname{tg} \theta. \quad (5.9)$$

Переходное сечение

Относительное расстояние до переходного сечения находим из формулы 5.8 для относительной скорости на оси основного участка, считая, что $\overline{u_{oc}} = 1$.

Тогда получим $\overline{x_{nvp}} = \frac{1}{k \sqrt{\beta} \operatorname{tg} \theta}$.

Подставив полученное значение в выражения (5.6-5.9), получим

$$\overline{R_{nvp}} = \frac{1}{k \sqrt{\beta}}, \quad u_{cp.nvp} = k, \quad u_{oc.nvp} = 1, \quad \overline{L_{nvp}} = \frac{1}{k \beta}.$$

Таблица 5.1

Константы струи

Наименование	Значение
Коэффициент поля скоростей	$k = 0,258$
Коэффициент Буссинеска	$\beta = 2,02$
Коэффициент Кариолиса	$\alpha = 4,06$
Тангенс угла расширения струи на начальном участке	$\operatorname{tg} \theta_n = 0,14$
Тангенс угла расширения струи на основном участке	$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} 12^\circ 25' = 0,22$

Таблица 5.2

Расчетные формулы для струи круглого сечения с равномерным начальным
полем скоростей

Относительная величина	Значение относительной величины		
	В начальной зоне	В переходном сечении	В основной зоне
Тангенс бокового угла расширения струи $\operatorname{tg} \theta$	$\operatorname{tg} \theta_n = 0,14$	-	$\operatorname{tg} \theta = 0,22$
Относительное расстояние от отверстия $\bar{x} = x / R_0$	$\leq 12,4$	12,4	$\geq 12,4$
Относительный радиус струи $\bar{R}_x = R_x / R_0$	$1 + 0,14\bar{x}$	2,73	$0,22\bar{x}$
Относительная средняя скорость $\bar{u}_{cp.x} = u_{cp.x} / u_0$	$\frac{1 + 0,0396\bar{x} + 0,00278\bar{x}^2}{(1 + 0,14\bar{x})^2}$	0,258	$\frac{3,2}{\bar{x}}$
Относительная осевая скорость $\bar{u}_{oc.x} = u_{oc.x} / u_0$	1	1	$\frac{12,4}{\bar{x}}$
Относительная скорость в поперечном сечении $\bar{u}_{x,y} = u_{x,y} / u_{oc.x}$	В зоне ядра: $\bar{u}_{x,y} = 1$ В пограничном слое: $\bar{u}_{x,y} = \left(1 - \bar{y}^{1,5}\right)^2$ $\bar{y} = (y - R_{я.x})(R_x - R_{я.x})$	$\bar{u}_{x,y} = \left(1 - \bar{y}^{1,5}\right)^2$ $\bar{y} = y - R_x$	
Относительный объемный расход $\bar{Q}_x = Q_x / Q_0$	$1 + 0,0396\bar{x} + 0,00278\bar{x}^2$	1,92	$0,155\bar{x}$
Относительная кинетическая энергия $\bar{E}_x = E_x / E_0$	$1 - 0,0206\bar{x} - 0,00141\bar{x}^2$	0,518	$\frac{6,42}{\bar{x}}$

Подставляя полученные значения коэффициентов k , β , α , а также $\operatorname{tg} \theta_n$ и $\operatorname{tg} \theta$ в формулы (5.1-5.9) получим для струи круглого сечения расчетные формулы, сведенные в табл. 3.2.

Из бесконечно длинной щели постоянной ширины вытекает воздух, образуя плоскую струю. Поле скоростей в выпускном отверстии равномерно.

Вывод расчетных формул параметров струи аналогичен случаю для струи круглого сечения. Вместо значения радиуса выпускного отверстия R_0 используется величина B_0 – полуширина щели. Также вместо величины R_x используется величина B_x – полуширина струи в произвольном сечении (соответствующем координате x).

Таблица 5.3

Константы струи

Наименование	Значение
Коэффициент поля скоростей	$k = 0,45$
Коэффициент Буссинеска	$\beta = 1,56$
Коэффициент Кариолиса	$\alpha = 2,68$
Тангенс угла расширения струи на начальном участке	$\operatorname{tg} \theta_n = 0,151$
Тангенс угла расширения струи на основном участке	$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} 12^\circ 25' = 0,22.$

Подставляя полученные значения коэффициентов k , β , α , а также $\operatorname{tg} \theta_n$ и $\operatorname{tg} \theta$ в формулы для плоской струи получим для плоской струи расчетные формулы, сведенные в табл. 5.4.

Задача 5.1

Определить максимальную скорость приточной струи и максимальную температуру, истекающей из трубы диаметром $d = 0,5$ м со скоростью $v_0 = 20$ м/с, при которой она достигнет расстояния $x = 10$ м. Температура струи в момент истечения из трубы составляет $t_0 = 50^\circ\text{C}$. Температура воздуха в помещении $t_b = 20^\circ\text{C}$.

Решение. Найдем площадь поперечного сечения трубы

$$A_0 = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 0,5^2 / 4 = 0,196 \text{ м}^2.$$

Максимальную скорость струи на заданном расстоянии определяют по формуле

$$v_x = \frac{mv_0 \sqrt{A_0}}{x};$$

где v_0 – скорость выпуска воздуха или скорость на оси начального участка струи, м/с; v_0 – скорость воздуха на оси основного участка струи на расстоянии x , м/с; A_0 – площадь сечения приточного отверстия, м²; x – расстояние по оси струи от места выпуска до рассматриваемого сечения, м;

m – аэродинамическая характеристика приточной струи.

Полагая $m = 6,88$, найдем

$$v_x = \frac{mv_0\sqrt{A_0}}{x} = \frac{6,88 \cdot 20\sqrt{0,196}}{10} = 6,1 \text{ м/с.}$$

Находят избыточную температуру воздуха в момент истечения струи

$$\Delta t_0 = t_0 - t_b = 50 - 20 = 30 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Избыточную температуру на оси струи определяют по формуле

$$\Delta t_x = \frac{n\Delta t_0\sqrt{A_0}}{x},$$

Δt_0 – избыточная температура приточной струи (разность температуры воздуха в помещении и температуры приточного воздуха), $^\circ\text{C}$; Δt_0 – избыточная температура на оси приточной струи на расстоянии x , $^\circ\text{C}$; n – тепловая характеристика приточной струи.

Полагая $n = 6,2$, вычисляют максимальную избыточную температуру струи на заданном расстоянии

$$\Delta t_x = \frac{n\Delta t_0\sqrt{A_0}}{x} = \frac{6,2 \cdot 30\sqrt{0,196}}{10} = 8 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Фактическая температура воздуха струи на расстоянии x

$$t_x = \Delta t_x + t_b = 8 + 20 = 28 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Задача 5.2

В потолке помещения высотой 4 м устроено круглое отверстие диаметром $d = 0,15$ м для подачи приточного воздуха по вертикали вниз. Рассчитать, какое количество воздуха может быть подано, если допустимая скорость струи на уровне 1,8 м от пола не должна превышать $v_x = 0,5$ м/с.

Следует сделать расчет в двух вариантах. По первому варианту предположим, что из приточного отверстия истекает вертикальная компактная струя, а по второму – что к приточному отверстию пристроен конус с углом при вершине $2\alpha = 90^\circ$, благодаря чему образуется коническая струя.

Решение. Скорость истечения струи по обоим вариантам определяют по формуле

$$v_0 = \frac{v_x x}{m \sqrt{A_0}}.$$

Площадь приточного отверстия

$$A_0 = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 0,15^2/4 = 0,0177 \text{ м}^2.$$

Для варианта истечения компактной струи $m = 6,88$, $x = 4 - 1,8 = 2,2$ м.

Следовательно, предельная скорость истечения

$$v_0 = \frac{0,5 \cdot 2,2}{6,88 \sqrt{0,0177}} = 1,2 \text{ м/с}.$$

Предельный расход воздуха невелик

$$L = v_0 A_0 = 1,2 \cdot 0,0177 = 0,02124 \text{ м}^3/\text{с}.$$

В случае истечения конической струи $m = 1,25$,

$$x = (4 - 1,8)/\cos \alpha = 2,2/\cos 45^\circ = 3,11 \text{ м}$$

Следовательно, предельная скорость истечения

$$v_0 = \frac{0,5 \cdot 3,11}{1,25 \sqrt{0,0177}} = 9,35 \text{ м/с}.$$

т.е. в $9,35/1,2 = 7,8$ раза больше, чем в случае истечения вертикальной компактной струи.

Предельный расход воздуха будет во столько же раз больше и составит

$$L = v_0 A_0 = 9,35 \cdot 0,0177 = 0,166 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задача 5.3

Определить скорость приточной струи и температуру на оси плоской струи, истекающей из щели высотой $\delta = 0,15$ м со скоростью $v_0 = 4$ м/с, при которой она достигнет расстояния $x = 5$ м от плоскости истечения. Температура струи в момент истечения из трубы составляет $t_0 = 30$ °С. Температура воздуха в помещении $t_b = 20$ °С.

Решение. Для плоских струй на оси струи скорость воздуха

$$v_x = \frac{m v_0 \sqrt{b_0}}{\sqrt{x}};$$

избыточная температура

$$\Delta t_x = \frac{n \Delta t_0 \sqrt{b_0}}{\sqrt{x}},$$

где v_0 – скорость выпуска воздуха или скорость на оси начального участка струи, м/с; v_x – скорость воздуха на оси основного участка струи на расстоянии x , м/с; x – расстояние по оси струи от места выпуска до рассматриваемого сечения, м; Δt_0 – избыточная температура приточной струи (разность температуры воздуха в помещении и температуры приточного воздуха), °C; Δt_x – избыточная температура на оси приточной струи на расстоянии x , °C; b_0 – ширина отверстия для выпуска плоской струи, м; m – аэродинамическая характеристика приточной струи; n – тепловая характеристика приточной струи.

Полагая $m = 2,6$ для плоских струй, найдем:

$$v_x = \frac{2,6 \cdot 4 \sqrt{0,15}}{\sqrt{5}} = 1,8 \text{ м/с.}$$

Находят избыточную температуру воздуха в момент истечения струи:

$$\Delta t_0 = t_0 - t_b = 30 - 20 = 10 \text{ °C.}$$

Полагая $n = 0,9$ для плоских струй, вычисляют максимальную избыточную температуру струи на заданном расстоянии:

$$\Delta t_x = \frac{0,9 \cdot 10 \sqrt{0,15}}{\sqrt{5}} = 1,56 \text{ °C.}$$

Фактическая температура воздуха на оси струи на расстоянии x

$$t_x = \Delta t_x + t_b = 1,56 + 20 = 21,56 \text{ °C.}$$

Задача 5.4

Определить скорость и температуру воздуха в плоскости симметрии неполной веерной струи с углом принудительного расширения $\beta = \pi/2 = 1,57$ на расстоянии $x = 4$ м, если площадь подводящего канала $A_0 = 0,03 \text{ м}^2$, а начальная скорость выпуска воздуха $v_0 = 5 \text{ м/с}$, разность температур $\Delta t_0 = 20 \text{ °C}$.

Решение. Определяют аэродинамическую характеристику веерной струи, полагая $\theta = 1$, $\varphi = 1$, $\sigma = 0,8$ и $c = 0,082$:

$$m = \frac{\theta \varphi}{\sqrt{c \beta \sqrt{\pi}}} = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{0,082 \cdot 1,57 \sqrt{3,14}}} = 2,094.$$

Определяют тепловую характеристику веерной струи, полагая $\theta=1$, $\varphi=1$, $\sigma=0,8$ и $c=0,082$:

$$n = \sqrt{\frac{(1+\sigma)}{2c\sqrt{\pi}}} \frac{\theta}{\varphi} \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{(1+0,8)}{2 \cdot 0,082 \sqrt{3,14}}} \frac{1}{1} \frac{1}{\sqrt{1,57}} = 1,98.$$

Определив m , найдем:

$$v_x = \frac{mv_0 \sqrt{A_0}}{x} = \frac{2,094 \cdot 5 \sqrt{0,03}}{4} = 0,453 \text{ м/с.}$$

Вычисляют максимальную избыточную температуру струи на заданном расстоянии

$$\Delta t_x = \frac{n \Delta t_0 \sqrt{A_0}}{x} = \frac{1,98 \cdot 20 \sqrt{0,03}}{4} = 1,715 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Фактическая температура воздуха струи на расстоянии x

$$t_x = \Delta t_x + t_b = 1,7 + 20 = 21,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

5.3 Сильно неизотермические струи, или воздушные фонтаны и конвективные струи

Рассматривая неизотермические струи, которые [И.А.Шепелев](#) назвал воздушными фонтанами, он получил уравнение изогнутой оси компактного фонтана нагретого воздуха, истекающего под углом к горизонту:

$$y = x \operatorname{tg} \beta \pm \frac{ng \Delta t_0}{3m^2 (273 + t_b) v_0^2 \sqrt{A_0}} \frac{x^3}{\cos^3 \beta} = x \operatorname{tg} \beta \pm \frac{1}{3H^2} \frac{x^3}{\cos^3 \beta}. \quad (5.10)$$

Комплекс величин H , определяемых начальными условиями истечения приточной струи, [И.А.Шепелев](#) назвал геометрической характеристикой струи. Это линейный размер позволяющий определять характерные размеры неизотермической струи, включая отклонение нагретой или охлажденной струи от ее оси, расстояние отрыва настилающейся струи и т.д.

Геометрическую характеристику определяют по формуле для компактной, конической и веерной струй:

$$H = \frac{mv_0 \sqrt{(273 + t_b)^4 A_0}}{\sqrt{ng \Delta t_0}} = 5,45 \frac{mv_0^4 \sqrt{A_0}}{\sqrt{n \Delta t_0}}; \quad (5.11)$$

для плоской струи:

$$H = 9,6 \sqrt[3]{b_0 \frac{(mv_0)^4}{(n\Delta t_0)^2}}. \quad (5.12)$$

Текущий критерий Архимеда связан с геометрической характеристикой струи соотношением для компактных, конических и веерных струй:

$$Ar_x = 1,2 \left(\frac{x}{H} \right)^2, \quad (5.13)$$

для плоских струй:

$$Ar_x = \sqrt{\left(\frac{x}{H} \right)^3}, \quad (5.14)$$

В системах кондиционирования воздуха при подаче струи охлажденного воздуха в горизонтальном направлении вдоль поверхности потолка или подаче струи нагретого воздуха вдоль пола струя будет настигаться на поверхность и развиваться вдоль нее до определенного сечения, в котором под действием гравитационных сил будет происходить отрыв струи. Расстояние от точки выпуска струи до места отрыва ее от потолка $x_{отр}$ при горизонтальном выпуске струи и ее настигании на потолок составляет для компактных и неполных веерных струй $x_{отр} = 0,5H$, для плоских и веерных струй $x_{отр} = 0,4H$. При вертикальной подаче нагретого воздуха сверху вниз компактные, конические и неполные веерные струи затормаживаются на расстоянии $x = 0,55H$, плоские – на расстоянии $x = 0,8H$.

Источник теплоты, помещенный в неподвижный воздух, нарушает его равновесие и приводит в общее движение, в котором различаются относительно узкий восходящий поток и направленное к нему медленное течение окружающего воздуха.

В аэродинамическом отношении конвективный поток во многом имеет сходство с приточной струей, истекающей вверх из отверстия с начальной скоростью.

Конвективные струи изучали многие исследователи: Я.Б. Зельдович, [Л. Прандтль](#), О.Г. Саттон, Б. Шмидт, [Г.Н. Абрамович](#), В.М. Эльтерман, [И.А. Шепелев](#).

М.И. Гримитлин представил формулу Рейхарда для распределения скоростей в поперечном сечении струи в виде:

$$v = v_x e^{-0,7(y/xtg\alpha_{0,5v})^2}, \quad (5.15)$$

где $\alpha_{0,5v}$ - угол между осью струи и линией, проходящей через точки, в которой скорость равна половине осевой. Анализ экспериментальных данных показывает, что угол, образованный границами струи, на которых скорость равна половине осевой, составляет 10-12°. Следовательно, $tg \alpha_{0,5v} = 0,88-0,105$ и в среднем может быть принят равным 0,1.

Распределение избыточных температур в поперечных сечениях основного участка струй (осесимметричных, плоских и веерных) описывается уравнением

$$\Delta t = \Delta t_x e^{-0,7\sigma_m(y/y_{0,5v})^2}, \quad (5.16)$$

где σ_m – турбулентное число Прандтля; $y_{0,5v}$ – расстояние от оси струи до точки, в которой скорость равна половине осевой, м.

Гравитационная сила dP_x , действующая на участке конвективной струи dx , определяется по формуле:

$$dP_x = \frac{\pi \rho_{\text{окр}} dx \Delta t_x}{T_{\text{окр}} p_l}, \quad (5.17)$$

где $\rho_{\text{окр}}$ – плотность воздуха при температуре окружающей среды $t_{\text{окр}}$,

$$p_l = \frac{0,7\sigma_m}{(xtg\alpha_{0,5v})^2}.$$

Приращение количества движения на участке dx равно:

$$dK = d(\pi \rho_{\text{окр}} v_x^2 / 2p), \quad (5.18)$$

где

$$p = \frac{0,7}{(xtg\alpha_{0,5v})^2}.$$

Полагая, что количество избыточной теплоты в каждом поперечном сечении конвективной струи, определяемое по формуле:

$$Q_x = \frac{\pi c_p \rho_{\text{окр}} v_x \Delta t_x}{(1 + \sigma_m)},$$

сохраняется неизменным и равно конвективной составляющей теплоты, выделяемой источником, получим

$$\Delta t_x = \frac{(1 + \sigma_m) p Q_0}{\pi c_p \rho_{\text{окр}} v_x}, \quad (5.19)$$

Подставив выражения (5.17, 5.18, 5.19) в уравнение

$$dP_x = \pm dK,$$

и заменив p его значением, имеем:

$$\frac{2 \cdot 0,7(1 + \sigma_m) Q_0}{\sigma_m T_{\text{окр}} \pi c_p \rho_{\text{окр}} t g^2 \alpha_{0,5v}} \frac{dx}{v_x} = d(v_x^2 x^2). \quad (5.20)$$

Решение этого уравнения (5.32) позволяет получить выражение для определения скорости на оси конвективной струи:

$$v_x = \left[\frac{1,05(1 + \sigma_m)}{\sigma_m T_{\text{окр}} \pi c_p \rho_{\text{окр}} t g^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{-1/3}. \quad (5.21)$$

Подставив значение (5.33) в выражение (5.31) получим формулу для определения избыточной температуры на основном участке конвективной струи:

$$\Delta t_x = \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m)^2 T_{\text{окр}}}{c_p^2 \rho_{\text{окр}}^2 \pi^2 t g^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{-1/3} Q_0^{2/3} x^{-5/3}. \quad (5.22)$$

Из полученных формул видно, что скорость v_x и избыточная температура Δt_x на основном участке осесимметричной конвективной струи по мере ее распространения вверх уменьшаются. При этом падение температуры происходит значительно интенсивнее падения скорости.

Секундный расход воздуха в поперечном сечении струи на расстоянии x от источника равен:

$$L_x = \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m) x^2 t g^2 \alpha_{0,5v}}{\sigma_m c_p \rho_{\text{окр}} T_{\text{окр}}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{5/3}. \quad (5.23)$$

Зная закон изменения скоростей и избыточных температур вдоль оси и в поперечном сечении струи, можно определить скорость и избыточную температуру в любой точке конвективной струи.

Задача 5.5

Тепловой источник выделяет в помещение конвективную теплоту в количестве $Q_0 = 5,0$ кВт. Требуется определить осевую скорость и избыточную температуру конвективного потока на высоте $z = 5$ м над тепловым

источником. турбулентное число Прандтля $\sigma_m = 0,7$, температура окружающего воздуха $t = 20$ °С, экспериментально полученное значение $tg\alpha_{0,5v} = 0,1$, теплоемкость воздуха $c_p = 1,005$ кДж/(кг·К), плотность воздуха $t = 20$ °С составляет $\rho = 1,2$ кг/м³.

Решение. Скорость на оси конвективной струи определяют по формуле

$$v_x = \left[\frac{1,05(1 + \sigma_m)}{\sigma_m T_{\text{окр}} \pi c_p \rho_{\text{окр}} tg^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{-1/3}.$$

Вычисляют скорость на оси конвективной струи на расстоянии 5 м, подставляя все значения в формулу

$$v_x = \left[\frac{1,05(1 + 0,7)}{0,7 \cdot (273 + 20) \cdot 3,14 \cdot 1,005 \cdot 1,2 \cdot 0,1^2} \right]^{1/3} 5000^{1/3} 5^{-1/3} = 6,12 \text{ м/с}.$$

Избыточную температуру на основном участке конвективной струи определяют по формуле

$$\Delta t_x = \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m)^2 T_{\text{окр}}}{c_p^2 \rho_{\text{окр}}^2 \pi^2 tg^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{-1/3} Q_0^{2/3} x^{-5/3}.$$

Вычисляют избыточную температуру на оси конвективной струи на расстоянии 5 м, подставляя все значения в формулу

$$\Delta t_x = \left[\frac{0,33(1 + 0,7)^2 (273 + 20)}{1,005^2 1,2^2 3,14^2 0,1^2} \right]^{-1/3} 5000^{2/3} 5^{-5/3} = 1,6 \text{ °С}.$$

Секундный расход воздуха в поперечном сечении струи на расстоянии x от источника равен

$$\begin{aligned} L_x &= \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m) x^2 tg^2 \alpha_{0,5v}}{\sigma_m c_p \rho_{\text{окр}} T_{\text{окр}}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{5/3} = \\ &= \left[\frac{0,33(1 + 0,7) 5^2 0,1^2}{0,7 \cdot 1,005 \cdot 1,2 (273 + 20)} \right]^{1/3} 5000^{1/3} 5^{5/3} = 20,7 \text{ м}^3/\text{с}. \end{aligned}$$

Задача 5.6

На каком расстоянии от конвективного источника, который выделяет в помещение конвективную теплоту в количестве $Q_0 = 1,0$ кВт, избыточная температура на оси конвективной струи достигнет нормируемого

значения $1,2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температура окружающего воздуха $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, экспериментально полученное значение $tg\alpha_{0,5v} = 0,1$, теплоемкость воздуха $c_p = 1,005\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. Какая скорость конвективного потока будет в этой точке и какой расход воздуха?

Решение. Плотность воздуха при $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ определим по формуле:

$$\rho = 353/(273 + t) = 353/(273 + 25) = 1,185\text{ кг/м}^3.$$

Расстояние x , на котором избыточная температура на оси конвективной струи достигнет нормируемого значения $1,2\text{ }^{\circ}\text{C}$, определим используя формулу для определения избыточной температуры:

$$\begin{aligned} x &= \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m)^2 T_{\text{окр}}}{c_p^2 \rho_{\text{окр}}^2 \pi^2 tg^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{-1/5} Q_0^{2/5} \Delta t_x = \\ &= \left[\frac{0,33(1 + 0,7)^2 (273 + 25)}{1,005^2 1,185^2 3,14^2 0,1^2} \right]^{-1/5} 1000^{2/5} \cdot 1,2 = 4,145\text{ м.} \end{aligned}$$

Скорость на оси конвективной струи определяют по формуле:

$$v_x = \left[\frac{1,05(1 + \sigma_m)}{\sigma_m T_{\text{окр}} \pi c_p \rho_{\text{окр}} tg^2 \alpha_{0,5v}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{-1/3}.$$

Вычисляют скорость на оси конвективной струи на расстоянии 5 м , подставляя все значения в формулу:

$$\begin{aligned} v_x &= \left[\frac{1,05(1 + 0,7)}{0,7 \cdot (273 + 25) \cdot 3,14 \cdot 1,005 \cdot 1,185 \cdot 0,1^2} \right]^{1/3} 1000^{1/3} 4,145^{-1/3} = 0,38\text{ м/с.} \\ v_x &= \left[\frac{1,05(1 + 0,7)}{0,7 \cdot 1,005 \cdot 1,185 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2 \cdot (273 + 25)} \right]^{1/3} 1000^{1/3} 4,145^{-1/3} = 0,38\text{ м/с.} \end{aligned}$$

Секундный расход воздуха в поперечном сечении струи на расстоянии x от источника равен:

$$\begin{aligned} L_x &= \left[\frac{0,33(1 + \sigma_m) x^2 tg^2 \alpha_{0,5v}}{\sigma_m c_p \rho_{\text{окр}} T_{\text{окр}}} \right]^{1/3} Q_0^{1/3} x^{5/3} = \\ &= \left[\frac{0,33(1 + 0,7) 4,145^2 \cdot 0,1^2}{0,7 \cdot 1,005 \cdot 1,185 (273 + 25)} \right]^{1/3} 1000^{1/3} 4,145^{5/3} = 7,8\text{ м}^3/\text{с.} \end{aligned}$$

Задача 5.7

Определить осевую скорость во всасывающем факеле на расстоянии 1 м от плоскости всасывания. Всасывание происходит через круглое отверстие в плоской стенке диаметром 250 мм при скорости 15 м/с.

Решение. Определяем относительное расстояние до точки A по формуле:

$$\bar{z} = z/R = 1/0,125 = 8.$$

Тогда согласно выражению относительная осевая скорость факела в точке A равна:

$$\bar{v}_z = 1 - \frac{\bar{z}}{\sqrt{1 + \bar{z}^2}},$$

где $\bar{v}_z = v_z/v_0$ – относительная осевая скорость факела в точке A ; $\bar{z} = z/R$ – относительная координата точки A .

Имеем:

$$\bar{v}_z = 1 - \frac{\bar{z}}{\sqrt{1 + \bar{z}^2}} = 1 - \frac{8}{\sqrt{1 + 8^2}} = 7,7 \cdot 10^{-3}.$$

Осевая скорость во всасывающем факеле будет равна:

$$\bar{v}_z = v_z = \bar{v}_z v_0 = 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot 15 = 0,116 \text{ м/с}.$$

Задача 5.8

Определить скорость на расстоянии 0,5 м от оси круглой трубы диаметром 200 мм, на поверхности которой устроена продольная щель с центральным углом $2\alpha_0 = 60^\circ$. Скорость в щели равна 10 м/с.

Решение. Относительное расстояние

$$\bar{x} = x/R = 0,5/0,1 = 5.$$

Находим:

$$\operatorname{tg} \alpha_0/2 = \operatorname{tg}(30^\circ/2) = 0,2679.$$

Тогда согласно формуле:

$$\bar{v}_x = \frac{2}{\pi \cdot \bar{x}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\bar{x} + 1}{\bar{x} - 1} \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} \right).$$

Относительная осевая скорость во всасывающем факеле на расстоянии 0,5 м будет равна

$$\bar{v}_x = \frac{2}{3,14 \cdot 5} \operatorname{arctg} \left(\frac{5+1}{5-1} 0,2679 \right) = 0,0485.$$

Осевая скорость во всасывающем факеле на расстоянии 0,5 м будет равна

$$\bar{v}_z = v_z = \bar{v}_z v_0 = 0,0485 \cdot 10 = 0,485 \text{ м/с.}$$

Задача 5.9

В вертикальной панели, установленной над рабочим столом, имеется горизонтальное щелевидное отверстие, через которое отсасывается воздух. Центр отверстия возвышается над столом на расстоянии $z = 0,1$ м. Определить расход отсасываемого воздуха, который обеспечивал бы в плоскости стола на расстоянии $x = 0,15$ м поток воздуха со скоростью $v_x = 0,2$ м/с. Длина стола, панели и всасывающего отверстия $l = 2$ м. Определить максимальную скорость движения воздуха в плоскости стола. Высота щели $z_0 = 0,01$ м.

Решение. Для решения используют выражение для относительной скорости воздуха во всасывающем факеле на расстоянии x от отверстия

$$\bar{v}_x = \frac{2}{\pi} \operatorname{arcctg} \bar{x} \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} (1 + \bar{x}^2)}.$$

где $\bar{v}_x = v_x / v_0$ – относительная осевая скорость факела в точке A ; $b = 0,5$, $z_0 = 0,005$ м, $\bar{x} = x / b = 0,15 / 0,005 = 30$ – относительная координата точки A .

Имеем:

$$\bar{v}_x = \frac{2}{\pi} \operatorname{arcctg} (0,15 / 0,005) \sqrt{1 + \frac{0,005^2}{1^2} (1 + (0,15 / 0,005)^2)} = 0,0214.$$

При ширине всасывающего отверстия 0,01 м средняя скорость в нем

$$v_0 = v_z / \bar{v}_z = 0,15 / 0,0214 = 7 \text{ м/с.}$$

Расход воздуха через щель будет равен

$$L = 4abv_0 = 4 \cdot 1 \cdot 0,005 \cdot 7 = 0,14 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Расстояние от панели до места, где скорость движения воздуха в плоскости стола имеет максимальное значение определяется уравнением, где $x_{\text{кр}} = z = 0,1$ м.

Значение максимальной скорости

$$v_{\text{макс}} = L / (\pi l z) = 0,14 / (3,14 \cdot 2 \cdot 0,1) = 0,22 \text{ м/с.}$$