ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

Метод расчетных предельных состояний. Формулировка разрешающих неравенств для различных типов предельных состояний в рамках каждой группы. Ознакомление с условиями прочности строительных конструкций.

Методические указания к выполнению задания.

Осуществить следующие этапы

1. Подбор размеров сечения из условия предельного состояния первой группы (напряжений в точках опасного сечения).
2. Расчет по второй группе предельных состояний (определение прогибов балки)
3. Определение деформации в точке.

Краткие теоретические сведения.

В современной практике проектирования строительных конструкций часто используются стержни различных поперечных сечений испытывающие деформации изгиба. Для каждого типа сечений существуют методики расчета на прочность (определение напряжений в опасных точках и сопоставления их с расчетным сопротивлением). Например, для стального двутаврового сечения основные зависимости показаны в таблице 1. Величины перемещений δ и Θ определяются с помощью интегралов Мора, приведенных в таблице 2. Для вычисления интегралов формул таблицы 2, записываемых в виде выражения

$$J = \int_0^l f_1(z) f_2(z) dz$$

во многих случаях удобно применять зависимости метода трапеций (таблица 3).

Пример выполнения задания

Для заданной схемы балочной конструкции выполнить подбор размера двутаврового профиля, вычислить напряжения и деформации в опасных точках сечения, определить перемещения в середине пролета балки.

Расчетная схема представлена на рис. 1., значения размеров и расчетных нагрузок в таблице 4. Условия работы конструкции соответствуют ее нормальной эксплуатации. Сечение прокатный двутавр.

Таблица 1

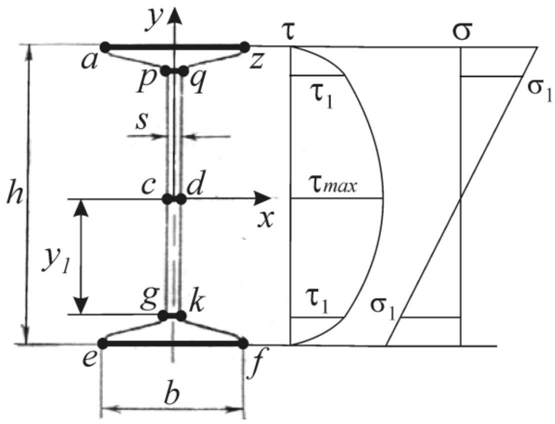
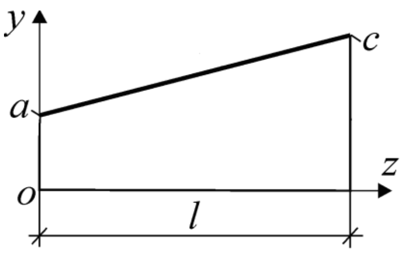
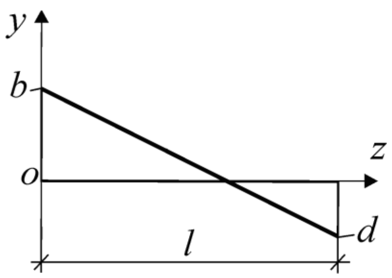
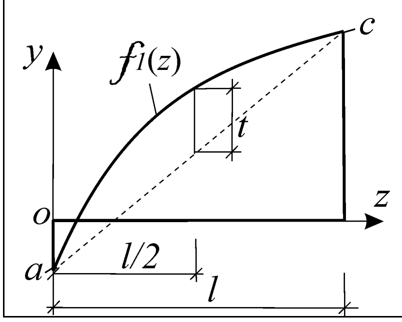
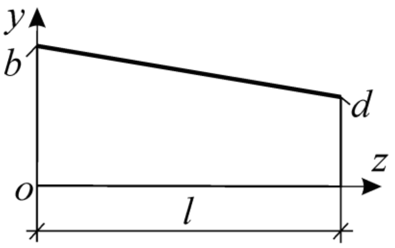
Формула	Эскиз сечения	Условие прочности
$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$. $\sigma = \pm \dfrac{\lvert M_x \rvert \cdot \lvert y \rvert}{J_x}$. $\lvert\tau\rvert_{max} = \dfrac{\lvert Q \rvert \lvert S_x^{отс} \rvert}{J_x \tilde{b}}$. $\lvert\tau\rvert_1 = \dfrac{\lvert Q \rvert \lvert S_{gk}^{отс} \rvert}{J_x \tilde{b}}$. $\sigma_1 = \pm \dfrac{\lvert M_x \rvert \cdot y_1}{J_x}$. $\tilde{b} = s$. Величины $S_x^{отс}$, J_x – выписываются из ГОСТ на двутавровые профили. $S_{gk}^{отс} \approx bt(y_1 + t)$. t – высота полки двутавра на расстоянии $(b - s)/4$ от края полки. Берется из сортамента.	 Максимальные по модулю нормальные напряжения получаются в точках, принадлежащих отрезкам *ef*, *az*. Максимальные по модулю касательные напряжения определяются в точках, принадлежащих отрезку *cd*. Условие прочности по эквивалентным напряжениям следует проверять на отрезках *gk*, *pq*.	В общем случае по эквивалентным напряжениям $\sigma_{экв} \le R_y$. В частных случаях при $\tau = 0$ – по нормальным напряжениям: $\lvert\sigma\rvert_{\max} \le R_y$, при $\sigma = 0$ – по касательным напряжениям: $\lvert\tau\rvert_{\max} \le R_s$. $R_s = 0{,}58 R_n / \gamma_n$

Таблица 2

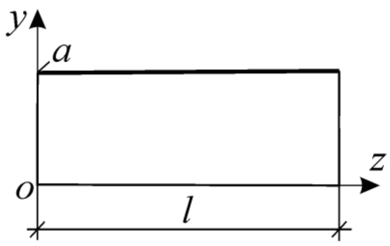
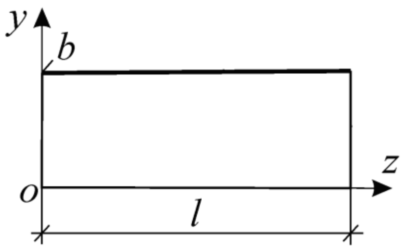
Интегралы Мора при изгибе	
линейное перемещение	угол поворота
$\delta = \sum\limits_{j=1}^{n} \int\limits_0^{l_j} \dfrac{M_x \overline{M}_x}{EJ_x} dz$ J_x – момент инерции сечения при изгибе относительно оси x; $\overline{M}_x$ – изгибающий момент от вспомогательной силы $\overline{P} = 1$; M_x – изгибающий момент от действия внешней нагрузки.	$\varphi_k = \sum\limits_{j=1}^{n} \int\limits_0^{l_j} \dfrac{M_x \overline{M}_x}{EJ_x} dz$ φ_k – угол поворота сечения k стержня.

Таблица 3

Формулы для вычисления интегралов Мора

$f_1(z)$	$f_2(z)$	J
1	2	3
Линейная функция 	Линейная функция 	$J=\frac{l}{6}\left(2ab+2cd+ad+bc\right)$
Квадратичная функция * 	Линейная функция 	$J=\frac{l}{6}(2ab+2cd+ad+bc+$ $+2tb+2td)$ $t=ql^2/8;$ q – интенсивность распределенной нагрузки. Величина t откладывается от штриховой линии.

Продолжение Таблицы 3

1	2	3
$f_1(z)=const$ 	$f_2(z)=const$ 	$J=alb$

* Функция изгибающего момента при поперечном изгибе на участке действия равномерно распределенной нагрузки q

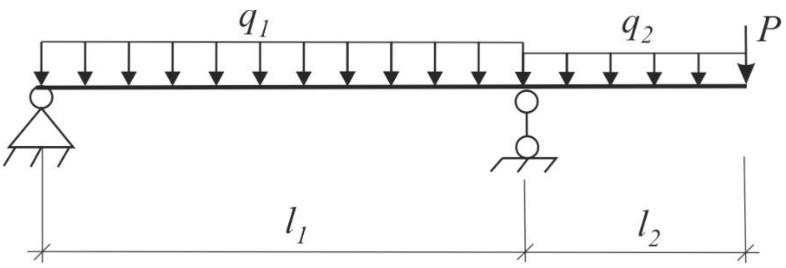


Рис. 1. Расчетная схема

Таблица 4

№	q_1, кН/м	q_2, кН/м	P, кН	l_1, м	l_2, м
1	50	0	100	7	1

1. ***Расчет по первой группе предельных состояний.*** Балка работает на изгиб. Определяющими для балочной конструкции будут эпюры изгибающих моментов *M* и поперечных сил *Q*. Строим эти эпюры методом сечений, опуская особенности построений.

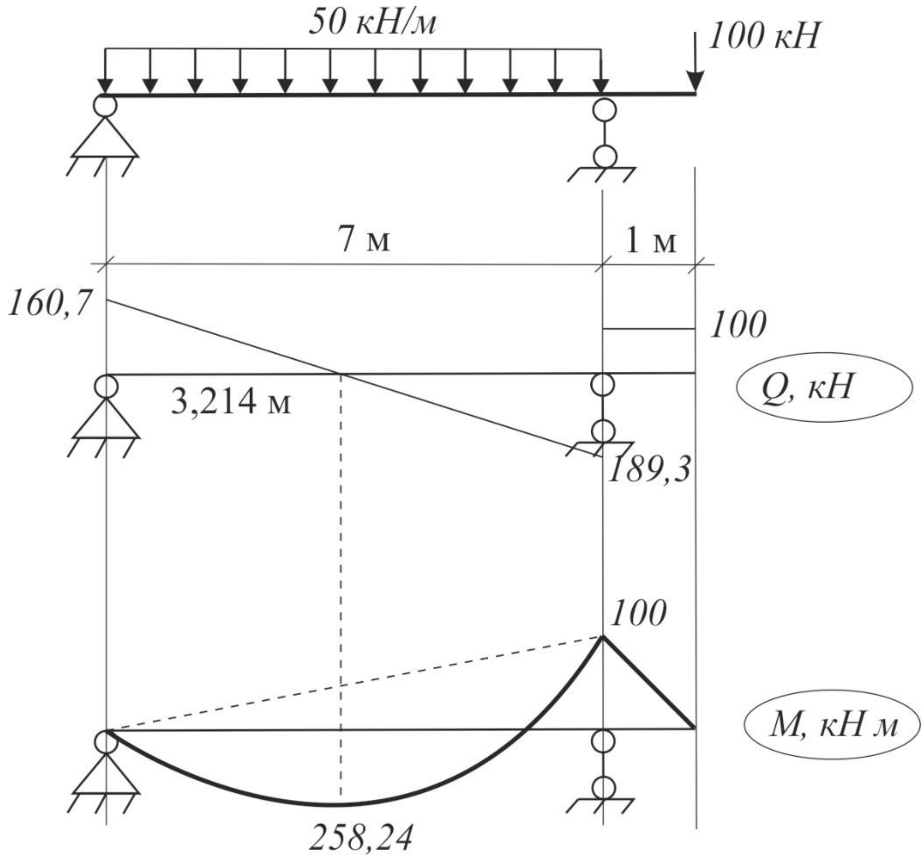


Рис. 2. Эпюры внутренних усилий

2. По найденным значениям внутренних усилий подбираем стандартный двутавровый профиль. Анализируя эпюры внутренних усилий очевидно, что необходимо проверить 2 опасных сечения. Первое в середине пролета, второе у правой опоры. Принимаем для расчета по СП «Стальные конструкции» для первой группы предельных состояний расчетное сопротивление изгибу $R_y = 225$ МПа, $R_n = 235$ МПа, $\gamma_n = 1{,}025$; вычисляем

$$R_s = 0{,}58 R_n / \gamma_n \gamma_m = 0{,}58 \cdot 235 / 1{,}025 / 1{,}1 = 120{,}8 \text{ МПа.}$$

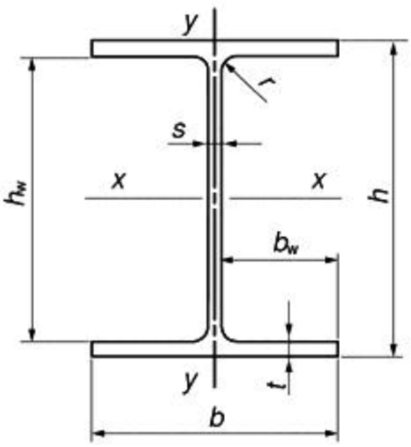
Коэффициент условий работы $\gamma_c = 1$.

Первое сечение:

Требуемый момент сопротивления сечения находим из условия прочности при изгибе $\dfrac{M_{\max}}{W} \le R_y \gamma_c \rightarrow W_{need} = \dfrac{M_{\max}}{R_y \gamma_c}$

$$W_{need} = \frac{1{,}1 \cdot 258{,}24 кНм}{225 \cdot 10^3 \cdot 1 кН / м^2} = 0{,}0012614 м^3 = 1261{,}4 см^3$$

По справочным материалам ГОСТ 57837-2017 выбираем профиль 40Б3, имеющий поперечное сечение (рис. 3):



Номинальные размеры, мм							Номинальная площадь поперечного сечения $F_н$, см^2	Номинальная масса 1 м двутавра, кг	Ст	
h	b	s	t	h_w	b_w	r			I_x, см^4	W_x, см^3
406,0	201,0	9,5	16,0	374,0	95,75	16,0	102,05	80,10	29352,45	1445,90

Рис. 3. Выдержка из ГОСТ 57837-2017

Подобранные размеры являются предварительными. Окончательно принять их будет можно только после проверки условий жесткости (расчета по предельным состояниям второй группы)

Выбранный момент сопротивления больше требуемого:

$$W_{x40Б3} = 1445,7 > W_{need} = 1261,4 см^3.$$

Фактические напряжения

$$\sigma = \frac{M}{W_x} = \frac{258,24 кНм}{1445,7 \cdot 10^{-6} м^3} = 178,6 \cdot 10^3 кПа = 178,6 МПа \le R_y \gamma_c / \gamma_m =$$
$$= 225 / 1,1 = 204,5 МПа.$$

Фактические деформации

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{178,6 МПа}{2,06 \cdot 10^5 МПа} = 8,7 \cdot 10^{-4}.$$

Второе сечение:

Проверяем прочность этого сечения для выбранного двутавра 40Б3 по условию прочности $\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le R_y \gamma_c / \gamma_m$ (см. табл. 1). Вычисляем нормальные и касательные напряжения на уровне *p-q* .

$$\sigma_1 = \frac{|M_x| \cdot y_1}{J_x} = \frac{100 \cdot (0,374 / 2) кН \cdot м^2}{29352,45 \cdot 10^{-8} м^4} = 63708 кПа = 63,7 МПа$$

$|\tau|_1 = \frac{|Q| \left|S_{gk}^{отс}\right|}{J_x \tilde{b}}$. С учетом того, что полка не имеет уклона полок $\left|S_{gk}^{отс}\right|$ можно вычислить по формуле $S_{gk}^{отс} \approx h_w / 2\left(s h_w / 2\right) = 332,2 см^3$. Тогда плучим $|\tau|_1 = \frac{|Q| \left|S_{gk}^{отс}\right|}{J_x \tilde{b}} = \frac{189,3 кН \cdot 332,2 см^3}{29352,45 см^4 0,95 см} = 2,25 кН / см^2 = 22,5 МПа$.

$\sigma_{экв} = \sqrt{63,7^2 + 3 \cdot 22,5^2} = 74,6 МПа$. Условие прочности в обоих сечениях выполняются.

Проверяем условие среза этого сечения. В нем действует максимальная поперечная (перерезывающая) сила:

$$\left|\tau\right|_{\max} = \frac{\left|Q\right|\left|S_x^{omc}\right|}{J_x\tilde{b}} \le R_s . \left|\tau\right|_{\max} = \frac{189,3 \cdot 813,38}{29352,45 \cdot 0,95} = 55,2 МПа \le R_s = 120,8 МПа .$$

Условие выполнено.

2. ***<u>Расчет по второй группе предельных состояний.</u>*** Выполним определение перемещений для сечения в середине пролета и на консольной части. Для этого, следуя интегралу Мора, построим эпюры моментов, прилагая единичную силу в направлении предполагаемого перемещения. В пролете, очевидно прогиб будет направлен вниз, а вот на консольной части направление не очевидно. Направим силу на консоли вверх, тогда, если будет получен положительный прогиб, то это означает, что направление силы нами было выбрано верно. Для удобства вычислений поместим сюда же и эпюру *М*, вычислив момент 256,2 *кНм* в середине пролета.

Эпюры единичных сил представлены на рис. 3.

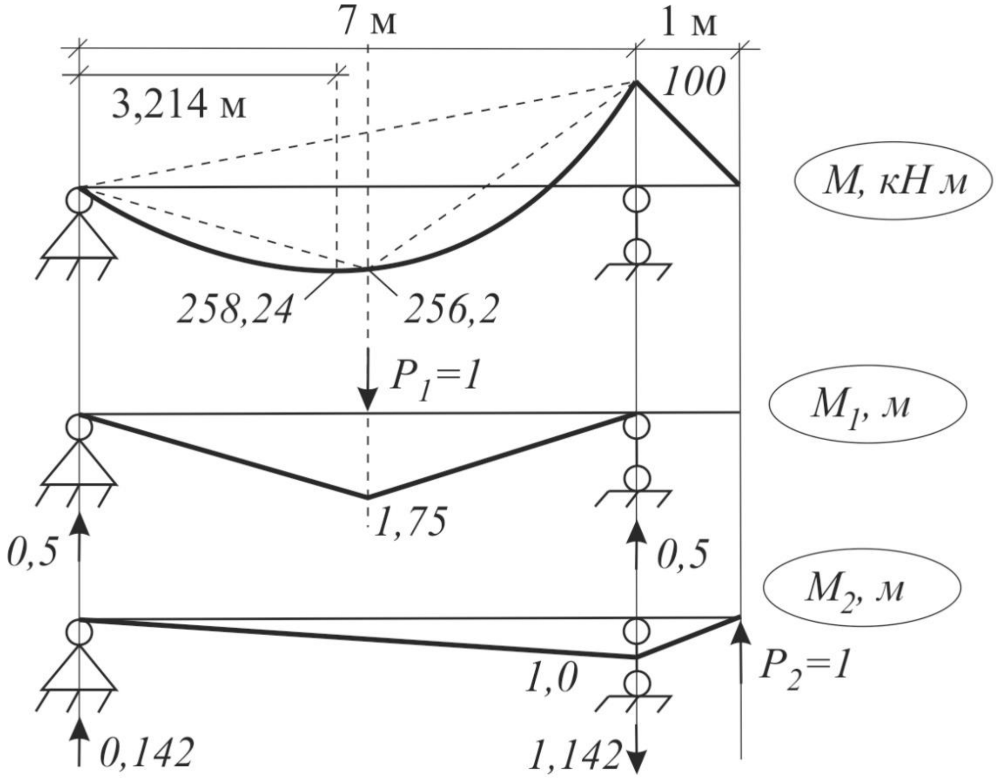


Рис. 3. К определению перемещений

Пользуясь выражением из строки 2 в табл. 3 запишем:

$$\delta_1 = \frac{1}{EJ_x} \cdot \sum_{j=1}^{2} \int_0^{3,5} M \cdot M_1 dz = \frac{1}{EJ_x} \cdot \left[y_1 + y_2 \right] \;;$$

$$y_1 = \frac{3,5}{6} \cdot (256,2 \cdot 1,75 \cdot 2 + 2 \cdot 1,75 \cdot 50 \cdot 3,5^2 / 8) = 679,4 кН \cdot м^3;$$

$$y_1 = \frac{3,5}{6} \cdot (256,2 \cdot 1,75 \cdot 2 - 1,75 \cdot 100 + 2 \cdot 1,75 \cdot 50 \cdot 3,5^2 / 8) = 577,3 кН \cdot м^3;$$

$$\delta_1 = \frac{1 кН \cdot м^3}{2 \cdot 10^8 кН / м^2 \cdot 29352,45 \cdot 10^{-8} м^4} \cdot \left[679,4 + 577,3 \right] = 0,0214 м \;;$$

$$\delta_2 = \frac{1}{EJ_x} \cdot \int_0^{7} M \cdot M_1 dz + \int_0^{1} M \cdot M_1 dz = \frac{1}{EJ_x} \cdot \left[y_3 + y_4 \right] \;;$$

$$y_3 = \frac{7}{6} \cdot (-100 \cdot 1,0 \cdot 2 + 2 \cdot 1,0 \cdot 50 \cdot 7^2 / 8) = 481,5 кН \cdot м^3;$$

$$y_4 = \frac{1}{6} \cdot (-100 \cdot 1,0 \cdot 2) = -33,3 кН \cdot м^3;$$

$$\delta_2 = \frac{1 кН \cdot м^3}{2 \cdot 10^8 кН / м^2 \cdot 29352,45 \cdot 10^{-8} м^4} \cdot \left[481,5 - 33,3 \right] = 0,0076 м \;;$$

В результате получим картину прогибов балки рис. 4, см:

Рис. 4.

Проверяем условие жесткости

- для пролетной части балки:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{2,14}{700} = 0,003 < \left[\frac{\delta}{l} \right] = \frac{1}{250} = 0,004 \,.$$

Условие жесткости выполняется. В случае его невыполнения следует назначить профиль большего размера (с большей величиной J_x)

- для консольной части балки:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{0,76}{2 \cdot 100} = 0,0038 < \left[\frac{\delta}{l} \right] = \frac{1}{150} = 0,0066$$

Условие жесткости выполняется.

Окончательно принимаем для балки сечение в виде двутавра, профиль **40Б3 по ГОСТ 57837-2017.**