

1.3. МНОГОГРАННИКИ

1.3.1. Общие сведения. Виды многогранников

Все поверхности можно разделить на две большие группы: многогранные и кривые поверхности.

Многогранная поверхность – это поверхность, образованная частями (отсеками) пересекающихся плоскостей.

Многогранник – это тело, ограниченное многогранной поверхностью, состоящей из плоских многоугольников.

Отсеки плоскостей называются **гранями**, а линии их пересечения – **ребрами**. Точки пересечения ребер называются **вершинами** (рис. 3.1).

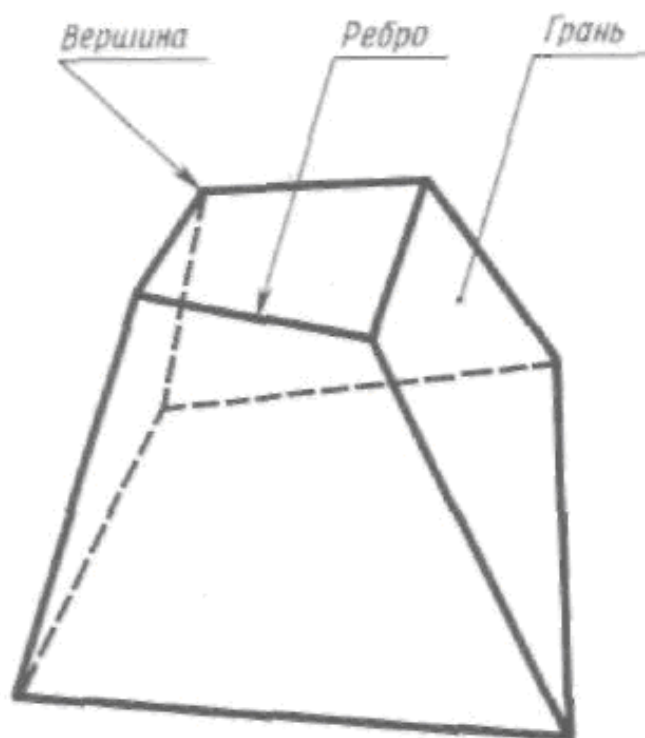


Рис. 3.1

Наиболее распространенные многогранники – призмы и пирамиды. Призму, ребра которой перпендикулярны основанию, называют **прямой**. Если в основании прямой призмы – прямоугольник, призму называют **параллелепипедом**.

Среди большого числа разновидностей многогранников особую группу составляют правильные выпуклые многогранники. У правильных многогранников длина всех ребер одинакова, линейные углы равны, в вершинах сходится одинаковое число ребер. Около каждого правильного многогранника можно описать сферу, в каждый правильный многогранник можно вписать сферу.

Правильные многогранники «тела Платона» – это многогранники, у которых все грани – правильные и равные многоугольники, а углы при вершинах равны.

Существует всего пять правильных многогранников.

1. **Четырехгранник (тетраэдр)** ограничен четырьмя равносторонними и равными треугольниками (рис. 3.2). Тетраэдр – это правильная трехгранная пирамида. Каждая из четырех граней может быть выбрана ее основанием. Центры граней тетраэдра могут служить вершинами вписанного в него другого тетраэдра меньшей величины.

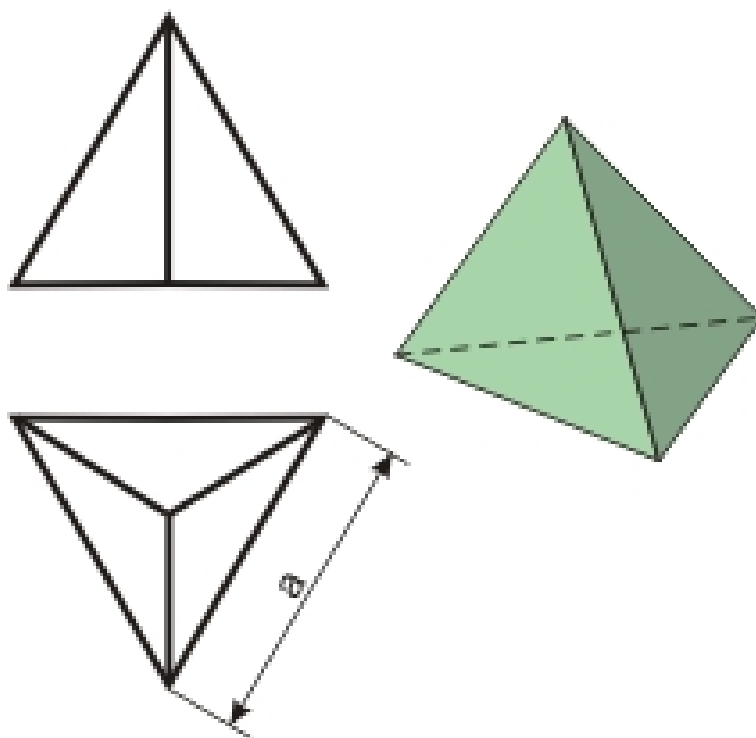


Рис. 3.2

2. **Шестигранник (гексаэдр)**, или куб. Его поверхность состоит из шести равных квадратов (рис. 3.3). В каждой вершине сходятся три грани и три ребра. Куб представляет собой частный случай призмы и параллелепипеда.

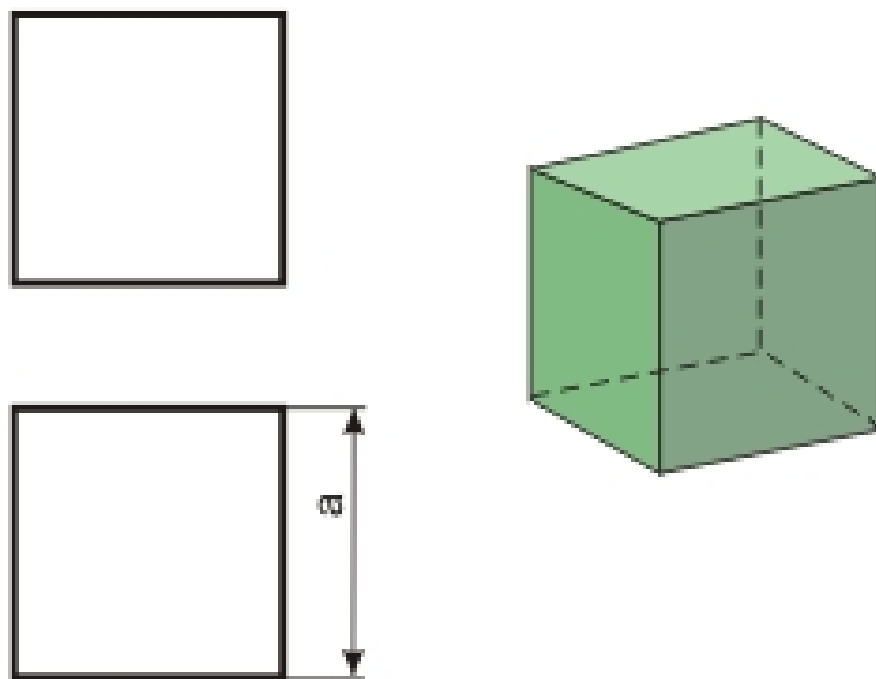


Рис. 3.3

3. Восьмигранник (октаэдр – бипирамида (би - два)). Две пирамиды соединяются общим основанием. Поверхность октаэдра состоит из восьми равно-сторонних и равных треугольников (рис. 3.4). Куб и октаэдр имеют одинаковое число ребер. В октаэдр может быть вписан куб, а в куб – октаэдр так, что вер-шины одного многогранника совпадут с центрами граней другого. Такие мно-гогранники называются взаимно соответствующими.

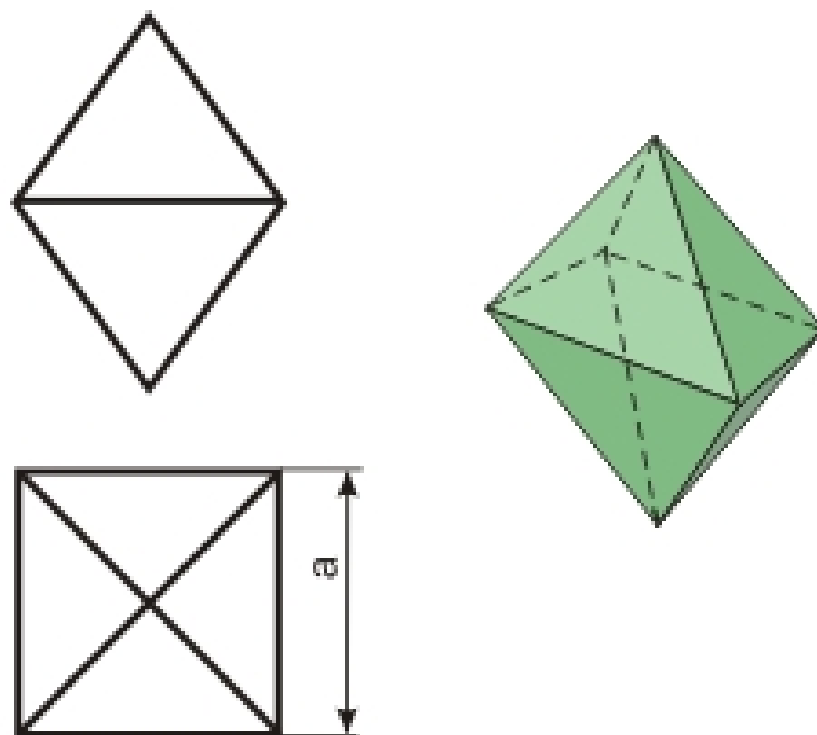
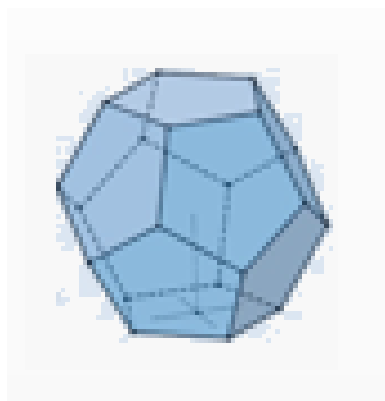


Рис. 3.4

4. **Двенадцатигранник** (додекаэдр) ограничен двенадцатью равными равносторонними пятиугольниками, соединенными по три в каждой вершине (рис. 3.5, а). Додекаэдру соответствует правильный двадцатигранник.



а)



б)

Рис. 3.5

5. **Двадцатигранник** (икосаэдр) ограничен двадцатью равными равносторонними треугольниками, соединенными по пять в каждой вершине (рис. 3.5, б). В икосаэдр можно вписать додекаэдр. Икосаэдр и додекаэдр также являются соответствующими многогранниками.

1.3.2. Эпюры призм и пирамид

Грани призм и пирамид ограничиваются ребрами, являющимися прямолинейными отрезками, пересекающимися между собой. Поэтому построение эпюров призм и пирамид сводится по существу к построению проекций точек (вершин) и отрезков прямых – ребер.

Призматическая поверхность на эпюре может быть изображена проекциями фигуры, полученной при пересечении боковых граней призмы плоскостью, и проекциями ребер призмы. Пересекая призматическую поверхность двумя параллельными между собой плоскостями, получают основания призмы. На эпюре основания призмы удобно располагать параллельно плоскости проекций. Эпюр призмы с треугольным основанием ABC , принадлежащим плоскости H приведен на рис. 3.6. Одноименные проекции ребер призмы параллельны между собой.

Для изображения поверхности пирамиды на эпюре используют фигуру сечения боковых граней пирамиды плоскостью и точку их пересечения – вершину. На эпюре пирамиду задают проекциями ее основания, ребер и вершины, усеченной пирамиды – проекциями обоих оснований и ребер.

На рис. 3.7 приведен эпюр неправильной треугольной пирамиды с вершиной S и основанием ABC , принадлежащим плоскости H .

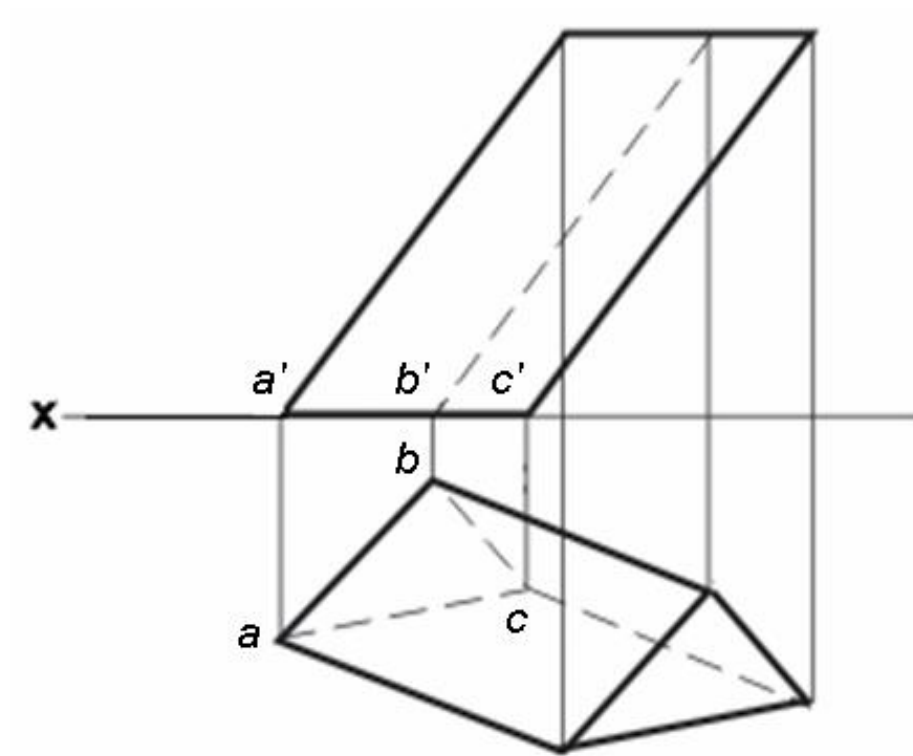


Рис. 3.6

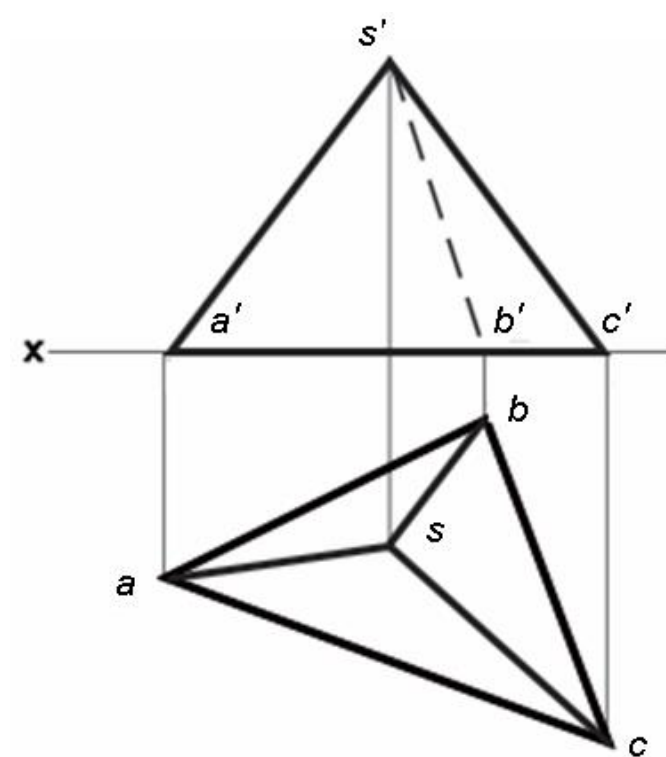


Рис. 3.7

1.3.3. Построение недостающих проекций точек на поверхности призмы и пирамиды

На эпюрах призм и пирамид часто приходится по одной проекции строить недостающие проекции линий и точек, расположенных на поверхности этих тел.

Для построения недостающей проекции точки, принадлежащей грани поверхности, можно использовать прямые линии частного и общего положения, принадлежащие граням поверхности и проходящие через заданную проекцию точки.

Недостающие проекции точек на поверхности призм и пирамид по заданным проекциям строятся по принадлежности ребрам (прямым линиям) и граням (плоскостям).

Рассмотрим решение такой задачи.

Дан эпюр треугольной прямой призмы и фронтальная проекция $1'$ точки I (рис. 3.7). Построить горизонтальную и профильную проекции этой точки.

Прежде всего, надо отыскать на эпюре две проекции грани, на которой расположена точка I . На эпюре видно (рис. 6.7), что точка I лежит на грани призмы CB . Фронтальная проекция a' точки I лежит на фронтальной проекции $c'b'$ грани призмы. На горизонтальной проекции cb этой грани находится горизонтальная проекция 1 точки I . Профильную проекцию призмы и точки I строят, используя линии связи.

Пусть задана фронтальная проекция $1'$ точки I , расположенной на грани ASD четырехугольной правильной пирамиды, и требуется найти недостающие проекции этой точки (рис. 3.8). Для решения этой задачи через заданную фронтальную проекцию $1'$ точки I проводят вспомогательную прямую $a'f'$, принадлежащую ее грани. Профильную проекцию $a''f''$ вспомогательной прямой находят с помощью линии связи. Искомая профильная проекция $1''$ точки I находится на пересечении линии связи, проведенной из точки a' , с профильной проекцией $a''f''$ вспомогательной прямой. Горизонтальную проекцию этой точки находят по линиям связи.

Часто для решения задачи на построение недостающих проекций точки I по заданной ее проекции используют в качестве вспомогательной прямой горизонталь (на рис. 3.8 – EL).

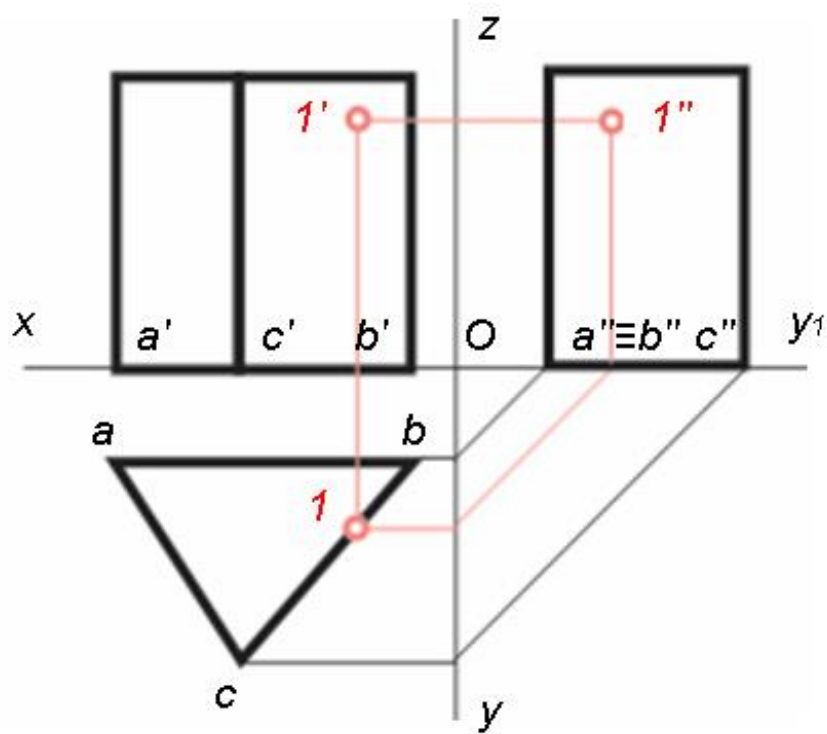


Рис. 3.7

Построение недостающих проекций точки II на поверхности пирамиды по заданной фронтальной проекции $2'$ показано на рис. 3.8.

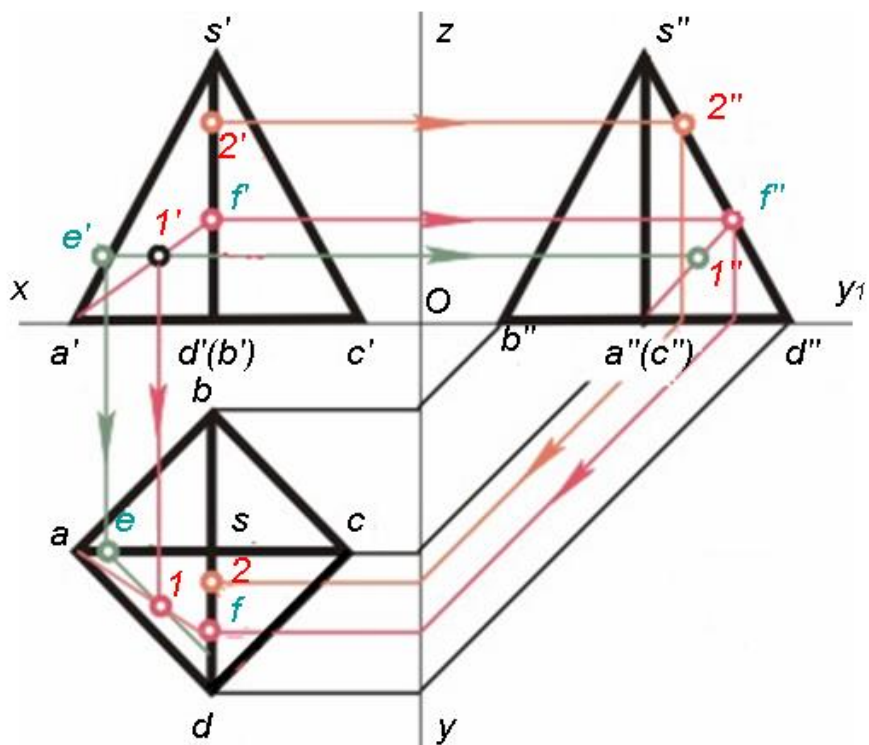


Рис. 3.8

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Чем отличается пирамида от призмы?
2. Какой многогранник называется правильным?
3. Какие признаки позволяют установить, что на данном эюре изображена призма или параллелепипед?
4. Чем задается поверхность пирамиды?
5. Что называется «тетраэдром»?
6. Что понимается под названием «бипирамида»?
7. Какими приемами определяют недостающие проекции точек, лежащих на поверхности пирамиды и призмы?