

1.6. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1.6.1 Общие сведения

Для того чтобы построить линию пересечения двух поверхностей, нужно найти ряд общих точек, принадлежащих им, а затем соединить эти точки в *определенной последовательности*. Линия пересечения не должна выходить за очерки наложения двух поверхностей.

Линией пересечения может быть:

- 1) *пространственная кривая* - при пересечении двух кривых поверхностей или кривой поверхности и многогранника;
- 2) *пространственная ломаная линия* - при пересечении двух многогранников.

Иногда линия пересечения двух поверхностей может оказаться *плоской* – прямой линией, окружностью, эллипсом и т. д.

Построение линии пересечения поверхностей в общем случае осуществляется при помощи вспомогательных секущих поверхностей - посредников.

Чтобы найти точки линии пересечения двух поверхностей A и B (рис. 6.1), проводим вспомогательную поверхность P и находим линии K и L пересечения поверхностей A и B с поверхностью P . Точки M и N пересечения найденных линий будут искомыми. Проведя несколько вспомогательных поверхностей, найдем требуемое количество точек, определяющих линию пересечения заданных поверхностей.

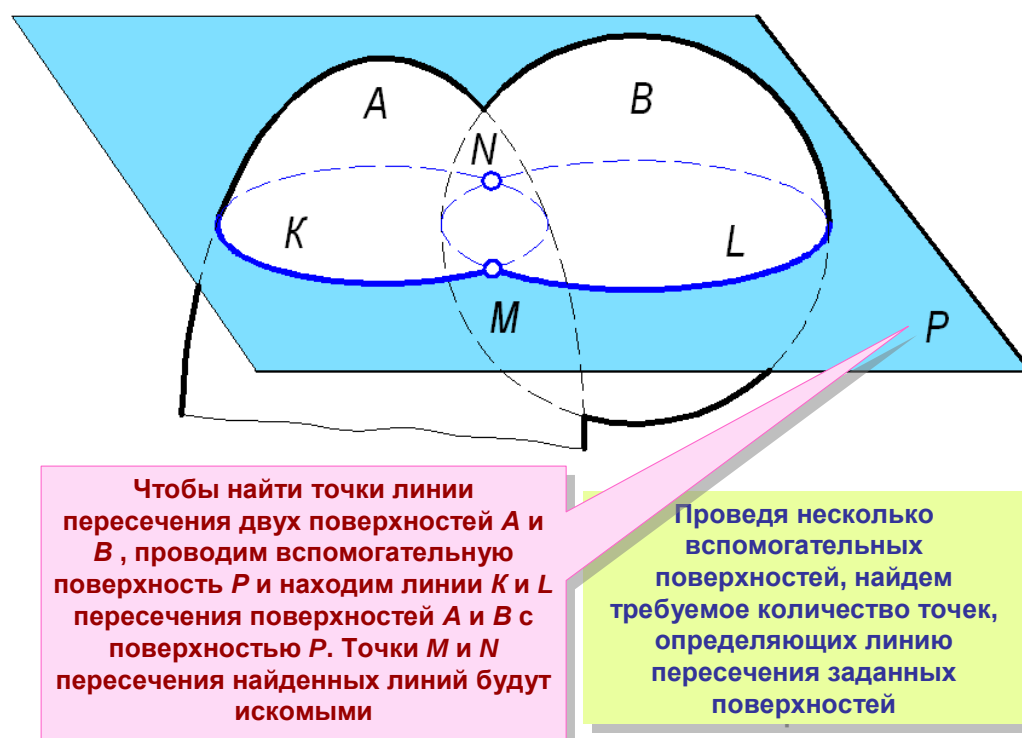


Рис. 6.1

Вспомогательную поверхность следует выбирать так, чтобы ее линия пересечения с каждой поверхностью проецировалась на плоскости проекций в виде графически простых линий – прямой или окружности.

В качестве вспомогательных поверхностей можно использовать плоскости или сферы. Если в качестве вспомогательных секущих поверхностей используются плоскости, то способ построения называют способом вспомогательных плоскостей. Если используются сферы – способом вспомогательных сфер.

Построение линии пересечения поверхностей начинают с определения характерных ее точек – *экстремальных* (высшей и низшей) и *точек видимости*, отделяющих видимую часть линии пересечения от невидимой.

Видимыми являются те точки, которые принадлежат видимой части как первой, так и второй поверхности. Так, на рис. 6.2 видимыми на фронтальной проекции линии пересечения будут только те точки, которые принадлежат заштрихованным частям конуса и сферы одновременно.

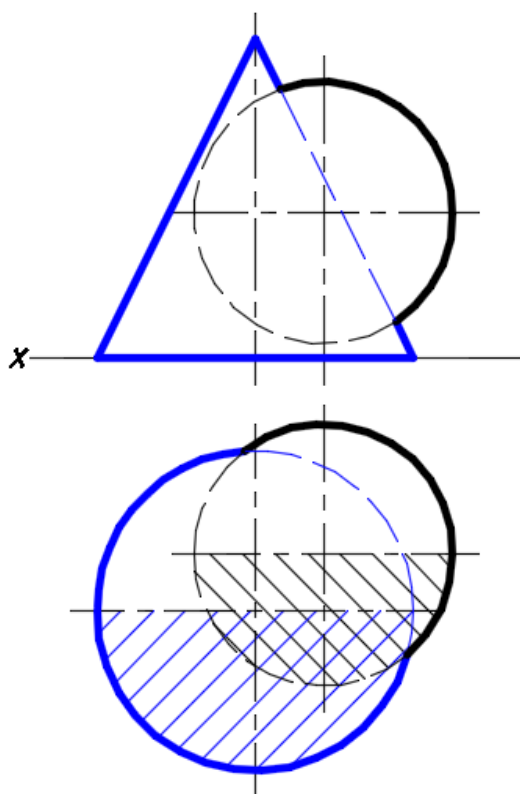


Рис. 6.2

Порядок построения линии пересечения двух поверхностей:

1. выбирают вид вспомогательных поверхностей;
2. строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
3. находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собою с учетом видимости.

1.6.2. Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей

При построении линии пересечения двух поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей секущие плоскости, принятые в качестве посредников, могут быть как общего, так и частного положения. Более широкое применение находят плоскости частного положения.

Плоскости общего положения применяются в ограниченных случаях. Например, их удобно использовать при построении линии пересечения конических и цилиндрических, а также пирамидальных и призматических поверхностей общего вида, когда основания этих поверхностей расположены в одной и той же плоскости.

1. Пересечение трехгранной призмы с конусом вращения

На рис. 6.3 три боковые грани призмы являются фронтально проецирующими плоскостями, поэтому построение линии пересечения поверхностей сводится к решению задачи на пересечение поверхности проецирующей секущей плоскостью.

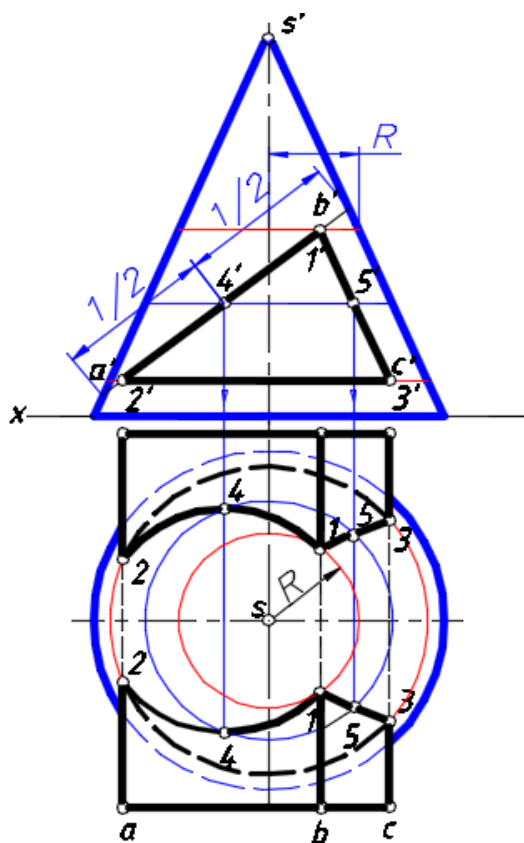


Рис. 6.3

Линия пересечения данных поверхностей представляет собой кривую, состоящую из неполных эллипса, параболы и окружности.

В данном случае вспомогательными плоскостями можно не пользо-

ся, так как фронтальные проекции точек линии пересечения известны. Горизонтальные проекции 1, 2, 3 характерных точек I, II, III линии пересечения строим с помощью двух параллелей, проведенных через эти точки. Для этого из центра S проводим горизонтальные проекции дуг окружностей и используя линии связи находим горизонтальные проекции точек пересечения 1, 2 и 3. Точки 4, 4' и 5, 5' построены также с помощью параллели. При этом точка 4, 4' выбрана посередине отрезка mn , который является большой осью эллипса.

На горизонтальной проекции часть линии будет видимой, а часть – невидимой.

2. Пересечение цилиндра и сферы

Боковая поверхность цилиндра является горизонтально проецирующей, следовательно, горизонтальная проекция линии пересечения известна. Она совпадает с проекцией боковой поверхности цилиндра (рис. 6.4).

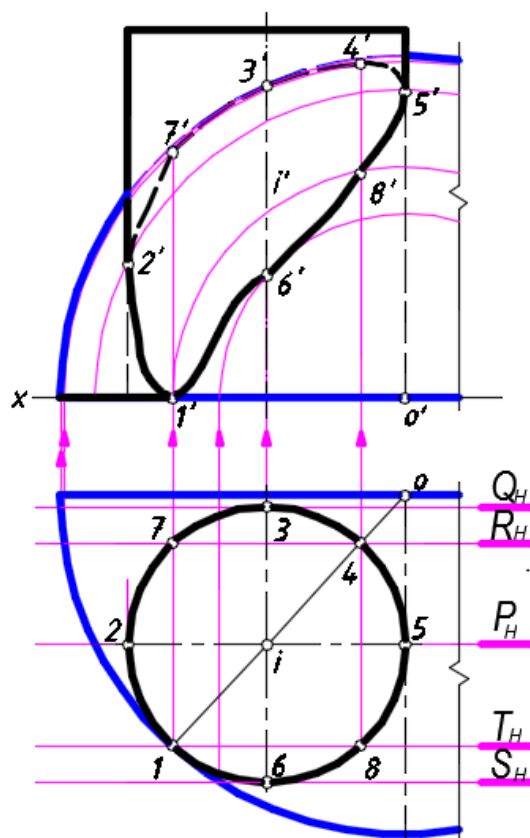


Рис. 6.4

В качестве вспомогательных плоскостей используем фронтальные плоскости, которые пересекут цилиндр по образующим, а сферу – по окружностям, параллельным фронтальной плоскости проекций. Точки пересечения окружностей с прямыми – фронтальными проекциями образующих и будут фронтальными проекциями 1', 2', 3', ..., 8' точек линии пересечения.

Характерными (опорными) точками являются;

1) низшая точка 1 и высшая точка 4 определяются на плане с помощью меридиана сферы, проходящего через ось цилиндра. При этом фронтальная проекция $1'$ низшей точки проецируется с очерка на осевую линию сферы, а фронтальная проекция $4'$ высшей точки определяется с помощью вспомогательной плоскости R (R_H).

2) точки видимости $2, 2'$ и $5, 5'$ определены с использованием вспомогательной плоскости P (P_H);

3) фронтальные проекции $3', 6'$ точек определены с помощью вспомогательных плоскостей Q (Q_H) и S (S_H).

Проекции $7'$ и $8'$ промежуточных точек определяются попутно с высшей точкой и с использованием вспомогательной плоскости T (T_H).

Точки $1', 2', 3', \dots, 8'$ соединяют плавной кривой, получают фронтальную проекцию линии пересечения.

3. Пересечение сферы с конусом вращения

Для построения линии пересечения заданных поверхностей удобно в качестве вспомогательных поверхностей использовать ряд горизонтальных плоскостей, перпендикулярных оси конуса, которые пересекают сферу и конус по окружностям (рис. 6.5). На пересечении этих окружностей находят точки искомой линии пересечения.

Так как пересекаются две поверхности второго порядка, линией пересечения будет пространственная кривая четвертого порядка.

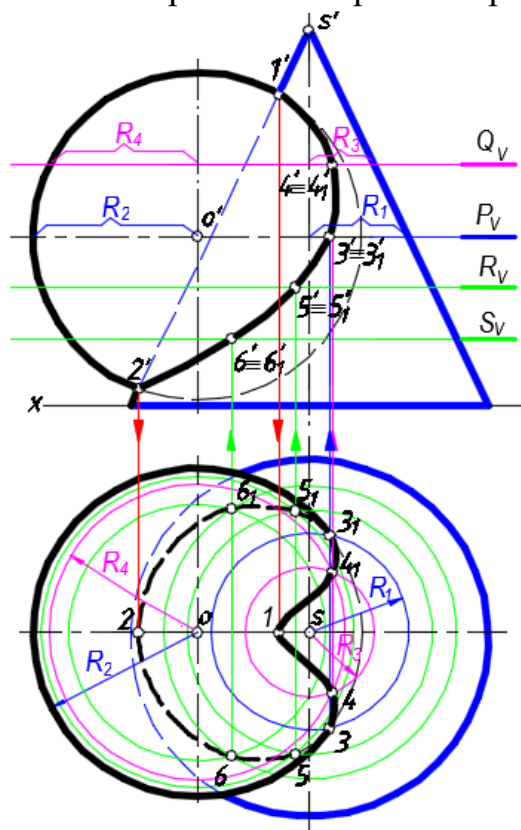


Рис. 6.5

Сначала отметим очевидные общие точки I и II поверхностей в пересечении их фронтальных проекций очерков, так как центр сферы и ось конуса лежат в плоскости, параллельной плоскости V . Эти характерные точки являются высшей и низшей точками линии пересечения. Их горизонтальные $1, 2$ проекции находим в проекционной связи.

Для определения точек видимости III ($3, 3'$) и III_1 ($3_1, 3_1'$), лежащих на экваторе сферы, используем горизонтальную плоскость P (P_V), проходящую через центр сферы O (o'). Она пересекает сферу по экватору, а конус по окружности радиуса R_p , в пересечении горизонтальных проекций которых и находим горизонтальные проекции $3, 3_1$ точек искомой линии пересечения. Горизонтальные проекции 3 и 3_1 этих точек являются границами видимости участков линии пересечения на этой проекции.

Проекции промежуточных точек $4, 4'$ и $4_1, 4_1'$ найдены с помощью вспомогательной горизонтальной плоскости Q (Q_V). Их построение ясно из чертежа. Аналогично построены точки V ($5, 5'$) и V_1 ($5_1, 5_1'$); VI ($6, 6'$) и VI_1 ($6_1, 6_1'$).

1.6.3. Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных концентрических сфер

Для построения линии пересечения поверхностей вместо вспомогательных секущих плоскостей при определенных условиях удобно применять вспомогательные сферические поверхности. При этом могут быть использованы концентрические и эксцентрические сферы.

В отличие от метода вспомогательных секущих плоскостей метод вспомогательных сфер имеет преимущество, так как при построении фронтальной проекции линии пересечения поверхностей не используются две другие проекции пересекающихся поверхностей (рис. 6.6).

Условия применения способа вспомогательных концентрических сфер для построения линии пересечения двух поверхностей:

1. пересекающиеся поверхности должны быть поверхностями вращения;
2. оси поверхностей вращения должны пересекаться; точка пересечения осей является центром вспомогательных (концентрических) сфер;
3. плоскость, образованная осями поверхностей (плоскость симметрии), должна быть параллельна какой-либо плоскости проекций.

Рассмотрим применение способа вспомогательных концентрических сфер – сфер с постоянным центром для построения линии пересечения цилиндра с конусом вращения (рис. 6.6).

Прежде всего, отметим четыре общие точки $1', 2', 3', 4'$ цилиндра и конуса в пересечении очерковых образующих главных меридианов поверхностей. Оси поверхностей вращения пересекаются в точке O (o'), которая является центром вспомогательных сфер. Радиусы сфер изменяются в пределах $R_{min} \leq R \leq R_{max}$. Пределы радиусов сферических поверхностей находят следующим образом: радиус максимальной сферы определяется расстоянием от центра O до наиболее удаленной точки IV ($R_{max} = o'4'$), а радиус минимальной сферы определяется как радиус сферы, касающейся одной поверхности (конуса) и пересекающей другую (цилиндр). Каждая сфера пересечет заданные поверхности по окружностям, на пересечении которых и отмечают искомые точки.

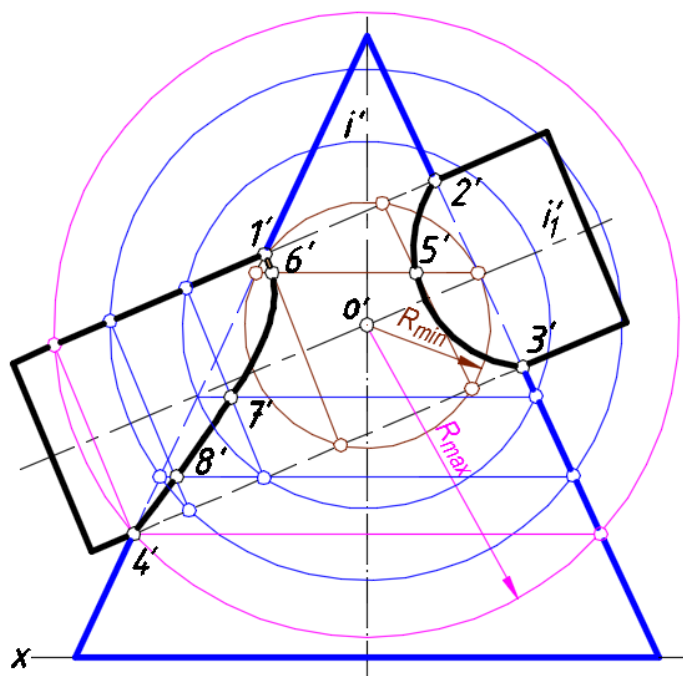


Рис. 6.6

Проведем сферу наименьшего радиуса, которая пересечет цилиндр по двум окружностям и коснется конуса. Это сферическое сечение определяет четыре характерные точки линии пересечения, попарно совпадающих ($5', 6'$) на фронтальной проекции.

Введя две вспомогательные сферические поверхности, построили промежуточные точки $7', 8'$ линии пересечения.

Соединяя одноименные проекции построенных точек с учетом их видимости, получаем проекции линии пересечения поверхностей.

1.6.4. Частные случаи пересечения поверхностей второго порядка

Оси двух пересекающихся поверхностей вращения совпадают (рис. 6.7). Две соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям. При этом, если оси поверхностей параллельны плоскости проекции, то окружности проецируются на эту плоскость прямыми линиями, перпендикулярными проекции оси.

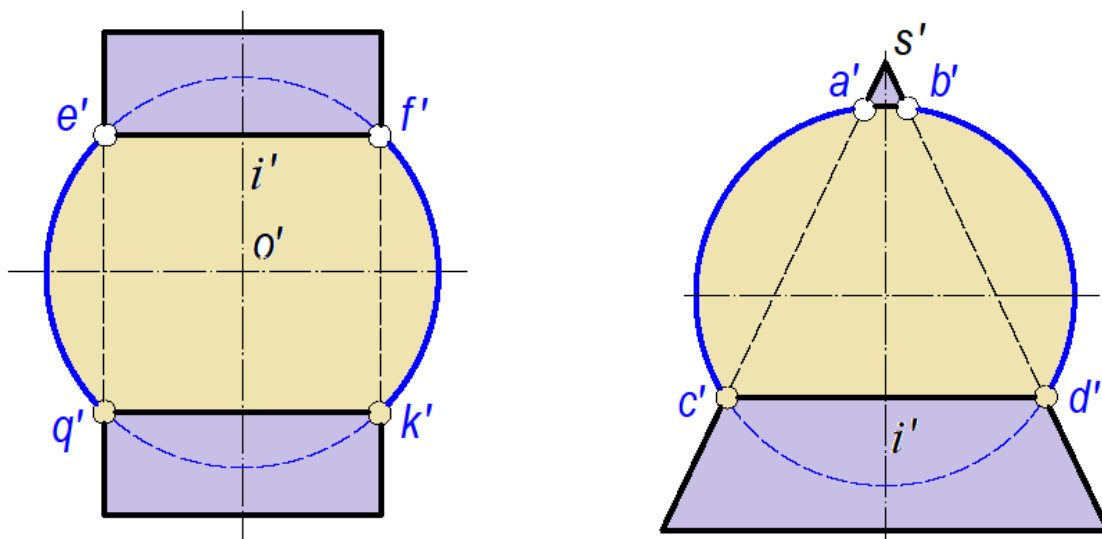


Рис. 6.7

Две пересекающиеся поверхности касаются третьей поверхности второго порядка (рис. 6.8). Поверхности конуса и цилиндра с общей фронтальной плоскостью симметрии касаются сферы. Линии пересечения поверхностей представляют собой эллипсы с проекциями $1'2'$ и $3'4'$, плоскости которых перпендикулярны фронтальной плоскости проекций.

Рассмотренный пример пересечения двух поверхностей вращения, описанных вокруг сферы, является частным случаем, следующим из теоремы Монжа.

Теорема Монжа: Если две поверхности второго порядка описаны вокруг третьей поверхности второго порядка или вписаны в нее, то они пересекаются по двум плоским кривым второго порядка.

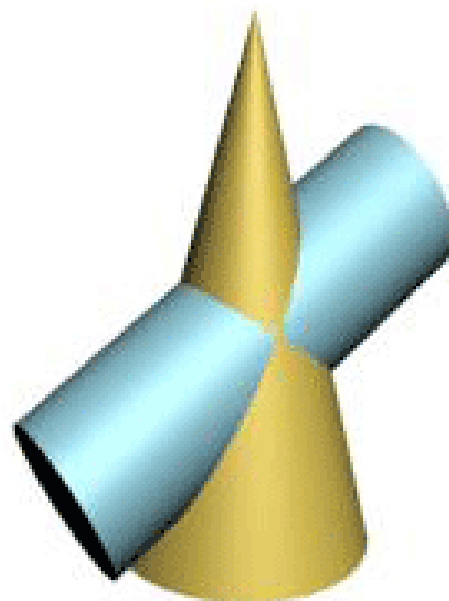
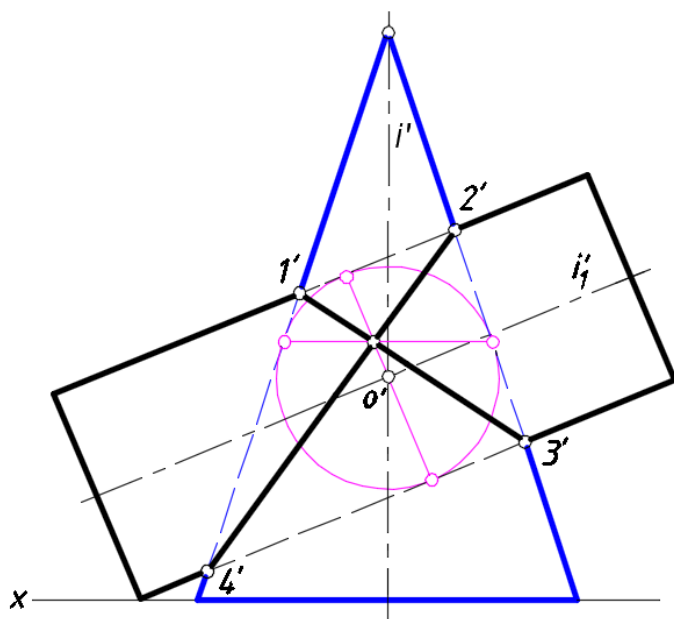


Рис. 6.8

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как строится линия пересечения двух поверхностей?
2. Чем следует руководствоваться при выборе вспомогательных плоскостей (посредников) для построения линии пересечения поверхностей?
3. Какие вспомогательные поверхности удобно использовать при построении точек линии пересечения двух поверхностей?
4. В чем состоит сущность способа вспомогательных секущих плоскостей для построения линии пересечения двух поверхностей?
5. Когда можно использовать вспомогательные концентрические сферы при построении линии пересечения двух поверхностей?
6. Назовите преимущество способа вспомогательных концентрических сфер для построения линии пересечения двух поверхностей.
7. Как определяется видимость при построении линии пересечения двух поверхностей?
8. К чему сводятся задачи на пересечение кривой поверхности с многогранником?
9. В чем состоит способ построения точек, определяющих линию пересечения двух многогранников.
10. По каким линиям пересекаются соосные поверхности вращения?
11. По каким линиям пересекаются два прямых круговых цилиндра одного диаметра, если их оси пересекаются? Почему?