

## Лекция 8. Управление запасами

### Вопросы лекции:

1. Основы управления запасами
2. Модель Уилсона управления запасами
3. Системы управления запасами

### Вопрос 1. Основы управления запасами

Любая модель управления запасами, в конечном счете, должна дать ответ на два вопроса:

Какое количество продукции заказывать?

Когда заказывать?

Ответ на первый вопрос выражается через **размер заказа**, определяющего оптимальное количество ресурсов, которое необходимо поставлять каждый раз, когда происходит размещение заказа. В зависимости от рассматриваемой ситуации размер заказа может меняться во времени. Ответ на второй вопрос зависит от типа **системы управления запасами**. Если система предусматривает периодический контроль состояния запаса через равные промежутки времени (например, еженедельно или ежемесячно), момент поступления нового заказа обычно совпадает с началом каждого интервала времени. Если же в системе предусмотрен непрерывный контроль состояние запаса, точка заказа обычно определяется *уровнем запаса*, при котором необходимо размещать новый заказ.

Таким образом, решение обобщенной задачи управления запасами определяется следующим образом;

В случае периодического контроля состояния запаса следует обеспечивать поставку нового количества ресурсов в объеме *размера заказа* через равные интервалы времени.

В случае непрерывного контроля состояния запаса необходимо размещать новый заказ в размере объема запаса, когда его уровень достигает точки заказа.

Рисунок 1 иллюстрирует зависимость четырёх компонент затрат обобщенной модели управления запасами от уровня запаса.

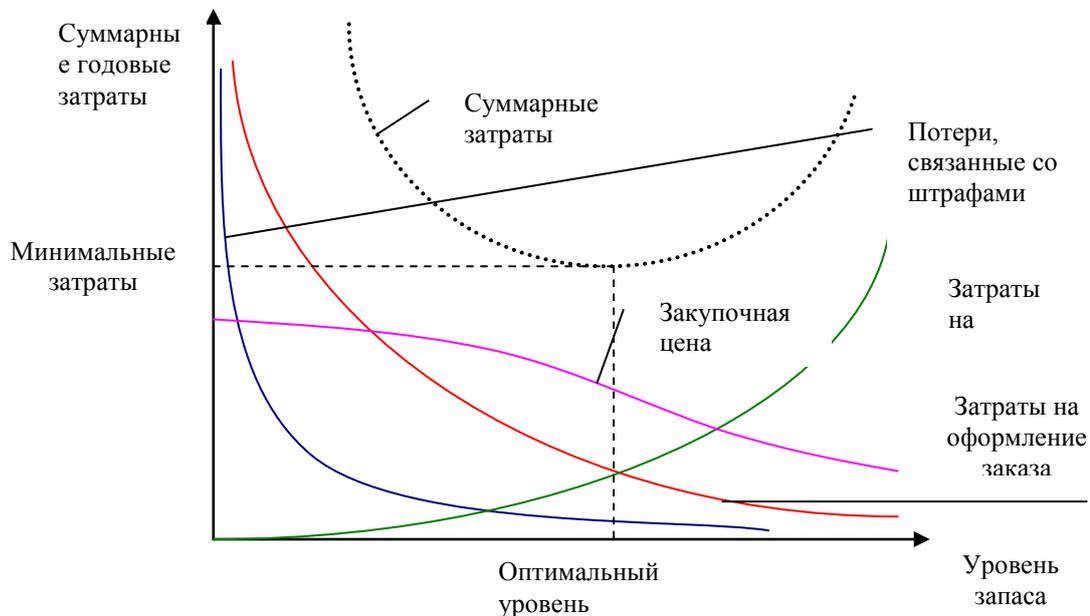


Рисунок 1 – Оптимальный объем запаса

### Подробнее

Оптимальный уровень запаса соответствует минимуму суммарных затрат. Отметим, что модель управления запасами не обязательно должна включать все четыре вида затрат, так как некоторые из них могут быть незначительными, а иногда учёт всех видов затрат чрезмерно усложняет функцию суммарных затрат. На практике какую – либо компоненту затрат можно не учитывать при условии, что она не составляет существенную часть общих затрат.

## Вопрос 2. Модель Уилсона управления запасами

Рассмотрим простейшую модель, управления запасами, предполагающую отсутствие неопределенностей. Эта модель лежит в основе более сложных и развитых моделей управления запасами.

В простейшей модели все полностью прогнозируемо, интенсивность спроса известна и постоянна. Обозначим ее  $v$ . То есть, в единицу времени со склада уходит  $v$  единиц продукции.

Запас на складе пополняется периодически и одинаковыми поставками (партиями). Пусть  $\tau$  – период времени между поставками (длина цикла),  $Q$  – размер партии.

Рассчитаем эффективность управления запасами на примере **основной модели управления запасами (модели Уилсона)**.

Входные параметры:
$v$ – интенсивность потребления запаса, [ед. товара / ед. времени];
$s$ – затраты на хранение запаса, [ден. ед. / ед. товара * ед. времени];
$K$ – затраты на осуществление заказа, [ден. ед.].
Выходные параметры:
$Q$ – размер заказа, [ед. тов.];
$\tau$ – период поставки, [ед. времени];
$L$ – общие затраты на управление запасами в единицу времени, [ден. ед./ ед. времени];
$h_0$ – точка заказа [ед. тов.].

### *Допущения модели Уилсона:*

Интенсивность потребления является априорно известной и постоянной величиной,  $v = const$ .

Время поставки заказа является известной и постоянной величиной,  $\tau = const$ .

Каждый заказ поставляется в виде одной партии.

Затраты на осуществление заказа  $K$  не зависят от размера заказа.

Отсутствие запаса является недопустимым.

Очередная партия запаса должна приходить в момент, когда запас на складе опускается в точности до 0. В момент поставки размер запаса поднимается вверх на величину поставки  $Q$  и затем расходуется с постоянной интенсивностью  $v$ . Величина  $v$  определяет угол наклона прямых на графике. Поскольку интенсивность постоянна, то наклонные прямые параллельны.

Размер партии и длина цикла связаны соотношением

$$Q = vT. \quad (1)$$

Типичная динамика величины складского запаса  $V$  во времени представлена ниже на графике.

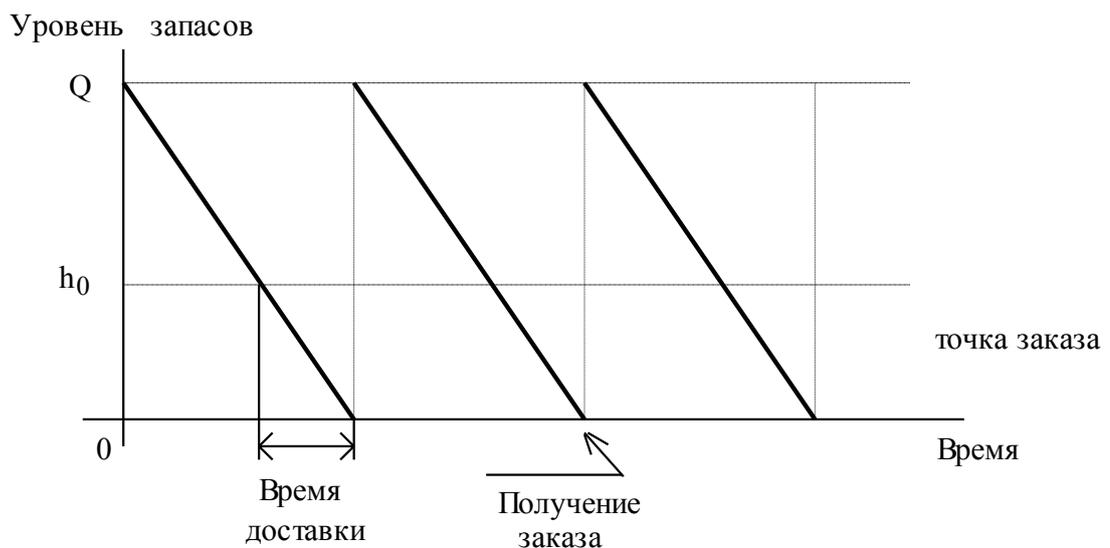


Рисунок 2 - График циклов изменения запаса в модели Уилсона

Можно пополнять запас большими партиями через длинные промежутки времени, а можно малыми партиями и через короткие промежутки. Задача в том, чтобы определить оптимальный размер партии (и, соответственно, оптимальную длину цикла)

## Формулы модели Уилсона

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Kv}{s}} \quad (2)$$

$$L = K \cdot \frac{v}{Q} + s \cdot \frac{Q}{2} \quad (3)$$

При коротких циклах (частые поставки небольшими партиями) затраты будут значительными за счет первого слагаемого. При длинных циклах (редкие поставки крупными партиями) – за счет второго.

Поставка партии на склад требует определенного времени. Обозначим *срок поставки (период упреждения)* посредством  $T_d$ .

Для того, чтобы заказанная партия поступила точно в требуемый момент, заказ следует подавать заранее, за время  $T_d$  до этого момента. В момент поступления объем запаса должен быть равен 0. Следовательно, в момент подачи заказа объем запаса на складе должен составлять величину  $h_0$ :

$$h_0 = vT_d \quad (4)$$

$$\tau = \frac{Q}{v} \quad (5)$$

### Подробнее

#### Пример расчета по модели Уилсона

Размер реально подаваемого заказа  $Q$  может не совпадать с  $Q^*$ , вычисленным по формуле Уилсона. Поэтому в блок исходных данных помимо параметров, заданных в условии задачи, необходимо ввести **Принятый размер заказа**, который будет использоваться при вычислении расчетных параметров.

Форма расчета приведена на рисунке.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Интенсивность потребления	5	шт./дн.
Затраты на оформление заказа	2	руб.
Затраты на доставку заказа	15	руб.
Затраты на хранение запаса	0,84	руб./(шт.*дн.)
Время доставки	2	дн.
Принятый размер заказа	13	шт.
РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Размер заказа	=ОКРУГЛ(КОРЕНЬ(2*(B4+B5)*B3/B6);0)	шт.
Затраты на управление запасами	=ОКРУГЛ(((B4+B5)*B3/B8+B6*B8/2);2)	руб./дн.
Период поставки	=ОКРУГЛ(B8/B3;1)	дн.
Точка заказа	=ОКРУГЛ(B3*B7;0)	шт.

Рисунок 3.– Формулы расчета

Определим стратегию управления запасами для следующего примера.

При строительстве необходимо пополнить запас железобетонных изделий Ж/Б ВВП 9-28-3т. Вес одного изделия равен  $p=693$  кг. Затраты на хранение изделий на складе стройки составляют в сутки  $s=29$  рублей за тонну. Затраты на оформление одного заказа равны  $K_{\text{оф}}=34,9$  руб. Доставка грузов на склад может осуществляться железнодорожным вагоном, вмещающим в себя до  $m_1=40$  т груза, либо грузовыми машинами, каждая из которых рассчитана на  $m_2=3$  т груза. Затраты на использование одного рейса вагона составляют  $K_1=1408$  руб., а стоимость одного машино-часа грузовой машины -  $K_2=262$  руб. Доставка вагоном занимает  $T_{\text{д1}}=1,5$  дня, а доставка грузовыми машинами -  $T_{\text{д2}}=0,5$  дня. Работа с данными железобетонными изделиями должна быть закончена не позднее, чем за  $T_{\text{max}}=19$  дней.

Если в транспортное средство (вагон или машину) не вмещается объем заказа, найденный по формуле Уилсона, то необходимо рассмотреть следующие варианты доставки:

доставлять такое количество изделий, которое вмещается в транспортное средство;

использовать для доставки не одно, а несколько транспортных средств (например, два), но при этом изменятся затраты на доставку (увеличатся в 2 раза), а значит и изменится  $Q^*$ .

Основная идея решения заключается в рассмотрении нескольких вариантов доставки и выбора минимального по затратам на управление запасами.

Затраты на осуществление заказа включают затраты на оформление заказа и на доставку.

Расчет при доставке автотранспортом (на 1 автомобиль) приведен на рис.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Экранная форма УЗ (лаб.)". The spreadsheet is organized into two main sections: "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ" (Initial Data) and "РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ" (Calculated Parameters).

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Интенсивность потребления	9	шт./дн.
Затраты на оформление заказа	34,9	руб.
Затраты на доставку заказа	131	руб.
Затраты на хранение запаса	29	руб./шт.*дн.)
Время доставки	0,5	дн.
Принятый размер заказа	13	шт.

РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Размер заказа	10	шт.
Затраты на управление запасами	303,35	руб./дн.
Период поставки	1,4	дн.
Точка заказа	5	шт.

Рисунок 4 – Определение объема поставок

Размер заказа составляет 10 штук, для транспортировки которых требуется 2 автомобиля. Таким образом, изменятся затраты на доставку.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Интенсивность потребления	9	шт./дн.
Затраты на оформление заказа	34,9	руб.
Затраты на доставку заказа	262	руб.
Затраты на хранение запаса	29	руб./шт.*дн.)
Время доставки	0,5	дн.
Принятый размер заказа	10	шт.

РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Размер заказа	14	шт.
Затраты на управление запасами	394,05	руб./дн.
Период поставки	1,4	дн.
Точка заказа	5	шт.

Рисунок 5 – Стратегия управления запасами при автомобильных перевозках

Если использовать два автомобиля большей грузоподъемности, то оптимальным объемом заказа будет 14 изделий, период поставки составит 1,4 дня, заказывать нужно в момент, когда на складе остается 5 единиц запаса.

Стратегия управления запасами при железнодорожных перевозках приведена на следующем рисунке.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Интенсивность потребления	9	шт./дн.
Затраты на оформление заказа	34,9	руб.
Затраты на доставку заказа	1408	руб.
Затраты на хранение запаса	29	руб./шт.*дн.)
Время доставки	1,5	дн.
Принятый размер заказа	30	шт.
РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ		
Параметры	Значение	Единицы измерения
Размер заказа	30	шт.
Затраты на управление запасами	867,87	руб./дн.
Период поставки	3,3	дн.
Точка заказа	14	шт.

Рисунок 6– Стратегия управления запасами при железнодорожных перевозках

Как видно из данных расчета, при железнодорожных перевозках возрастает период поставки и точка заказа, но значительно увеличиваются затраты на запасы. Таким образом, для данного вида изделий выгоднее автомобильные перевозки.

### Вопрос 3. Системы управления запасами

**Контроль за состоянием запасов** – это изучение и регулирование уровня запасов продукции производственно-технического назначения и товаров народного потребления с целью выявления отклонений от норм запасов и принятия оперативных мер к ликвидации отклонений.

В целом можно выделить следующие **системы контроля за состоянием запасов**: с фиксированной периодичностью заказа; с фиксированным размером заказа. Остальные системы представляют собой разновидности этих двух систем.

Контроль состояния запасов по **системе с фиксированной периодичностью заказа** осуществляется через равные промежутки времени посредством проведения инвентаризации остатков. По результатам проверки осуществляется заказ на поставку новой партии товаров.

Размер заказываемой партии товара определяется разностью предусмотренной нормой максимального товарного запаса и фактического запаса. Поскольку для исполнения заказа требуется определенный период времени, то величина заказываемой партии увеличивается на размер ожидаемого расхода на этот период. Размер заказываемой партии ( $P$ ) определяется по следующей формуле:

$$P = Z_{\text{макс}} - (Z_{\text{ф}} - Z_{\text{т}}), \quad (6)$$

где  $Z_{\text{макс}}$  – предусмотренный нормой максимальный запас;

$Z_{\text{ф}}$  – фактический запас на момент проверки;

$Z_{\text{т}}$  – запас, который будет израсходован в течение размещения и выполнения заказа.

Графически модель системы контроля за состоянием запаса с фиксированной периодичностью заказа представлена на рисунке 7.

## Запас

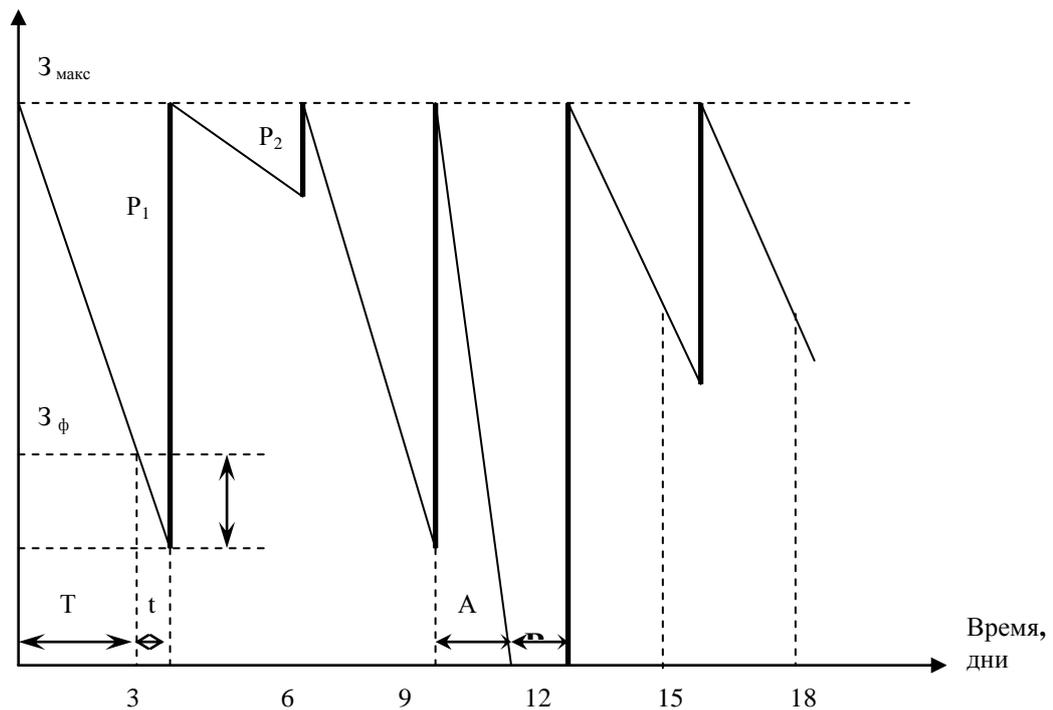


Рисунок 7 - Система контроля за состоянием запасов с фиксированной периодичностью заказа

Условные обозначения:

$T$  – интервал времени, через который повторяется заказ ( в нашем случае – 3 дня) – для данной системы величина постоянная;

$t$  – время, необходимое на размещение и выполнение заказа (в приведенном примере – 1 день);

$P_1, P_2, \dots, P_i$  – величина отдельного,  $i$ -го заказа;

$Z_{\text{макс}}$  – предусмотренный нормой максимальный запас;

$Z_{\text{ф}}$  – фактический запас на момент проверки;

$Z_t$  – запас, расходуемый за время  $t$ , необходимое для размещения и выполнение заказа;

$A$  – период времени с интенсивным спросом;

$B$  – период времени с нулевым запасом.

[Подробнее](#)

Интенсивность спроса, характеризуемая углом наклона участков линии, описывающей изменение запасов, в этой модели является величиной переменной (угол наклона различных участков ломаной – неодинаков). А поскольку заказ осуществляется через равные промежутки времени, то величина заказываемой партии в разных периодах также будет различна. Естественно, применять эту систему можно тогда, когда есть возможность заказывать партии, различные по величине (например, в случае применения контейнерной доставки заказываемого товара эта система не применима). Кроме того, систему не применяют, если доставка или размещение заказа обходится дорого. Например, если спрос за прошедший период был не значителен, то заказ также будет незначителен, что допустимо лишь при условии не существенности расходов, связанных с выполнением заказа.

Особенностью описываемой системы является также и то, что она допускает возникновение дефицита. Как видно из графика, если спрос резко усилится (то есть график круто уйдет вниз – участок А), то запас закончится до наступления срока подачи заказа. Это означает, что система применима, когда возможные потери от дефицита для предприятия также незначительны.

Система контроля с фиксированной периодичностью заказа применяется в следующих случаях:

- условия поставки позволяют получать заказы различными по величине партиями;
- расходы по размещению заказа и доставке сравнительно невелики;
- потери от возможного дефицита сравнительно невелики.

На практике по данной системе можно заказывать один из многих товаров, закупаемых у одного и того же поставщика, товары, на которые уровень спроса относительно постоянен, малоценные товары и т.д.

В системе контроля за состоянием запасов с **фиксированным размером заказа** размер заказа на пополнение запаса является величиной постоянной.

Интервалы времени, через которые производится размещение заказа, в этом случае могут быть разными (см. рис. 8).

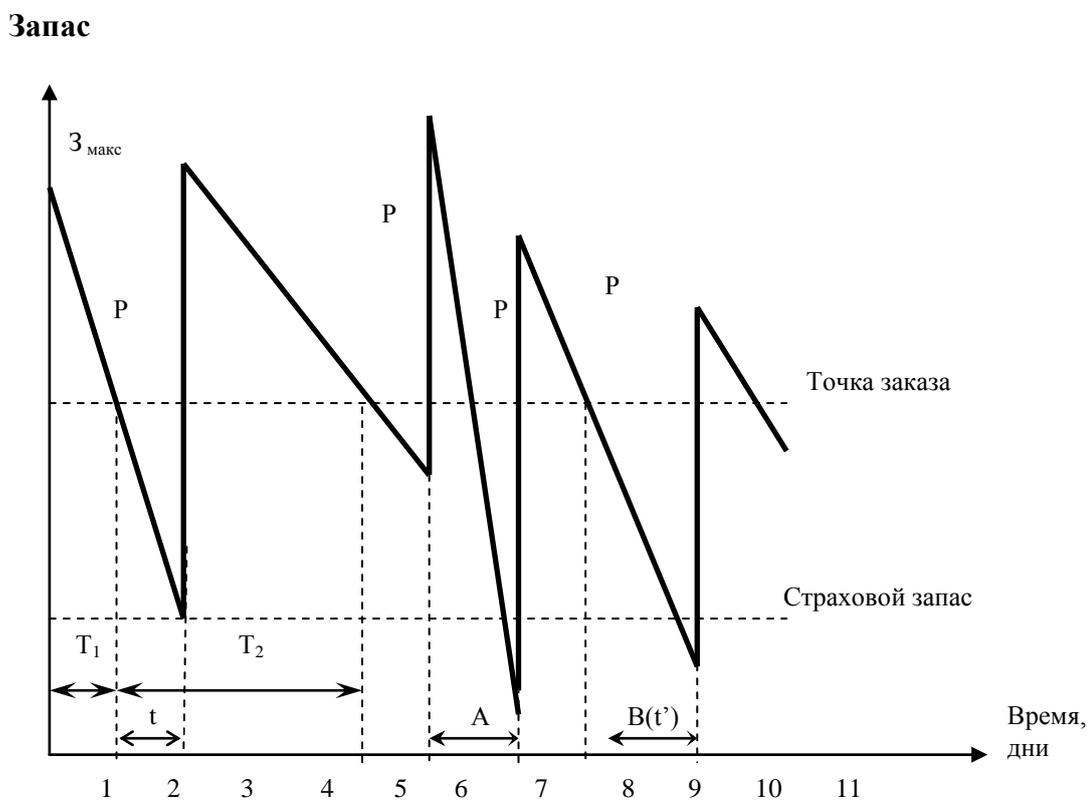


Рисунок 8 - Система контроля за состоянием запасов с фиксированным размером заказа

Условные обозначения:

$T_1, T_2, \dots, T_i$  – величина отдельного  $i$ -го периода времени, через который повторяется заказ;

$t$  – время, необходимое на размещение и выполнение заказа (в приведенном примере – 1 день);

$P$  – размер заказа, для данной системы контроля величина постоянная;

$A$  – период непредвиденного усиления спроса;

$B$  – период, в котором было допущено нарушение установленного срока поставки;

$t'$  – фактический срок поставки в период  $B$ .

**Подробнее**

Нормируемыми величинами в этой системе являются величина заказа, размер запаса в момент размещения заказа (так называемая точка заказа) и величина страхового запаса. Заказ на поставку размещается при уменьшении наличного запаса до точки заказа. Как следует из данных рисунка, после размещения заказа запас продолжает уменьшаться, так как заказанный товар привозят не сразу, а через какой-то промежуток времени  $t$ . Величина запаса в точке заказа выбирается такой, чтобы в нормальной, рабочей ситуации за время  $t$  запас не опустился ниже страхового. Если же спрос непредвиденно увеличится (линия графика резко пойдет вниз – участок А графика), или же будет нарушен срок поставки ( $t' > t$  – участок В графика), то начнет работать страховой запас. Коммерческая служба предприятия в этом случае должна принять меры, обеспечивающие дополнительную поставку. Данная система контроля предусматривает защиту предприятия от образования дефицита.

На практике система контроля за состоянием запаса с фиксированным количеством заказа применяется преимущественно в следующих случаях:

- большие потери в результате отсутствия запаса;
- высокие издержки по хранению запасов;
- высокая стоимость заказываемого товара;
- высокая степень неопределенности спроса;
- наличие скидки с цены в зависимости от заказываемого количества.

Система с фиксированным размером заказа предполагает непрерывный учет остатков для определения точки заказа.

После того как сделан выбор системы пополнения запасов, необходимо количественно определить величину заказываемой партии, а также интервал времени, через который повторяется заказ.

**Оптимальный размер партии** поставляемых товаров и, соответственно, оптимальная частота завоза зависят от следующих факторов:

- объем спроса (оборота);
- расходы по доставке товаров;

- расходы по хранению запаса.

В качестве критерия оптимальности выбирают минимум совокупных расходов по доставке и хранению.

Расходы по доставке товаров при увеличении размера заказа уменьшаются, так как перевозки осуществляются более крупными партиями и, следовательно, реже. Расходы по хранению растут прямо пропорционально размеру заказа. Кривая, отражающая характер зависимости совокупных издержек по транспортировке и хранению от размера заказываемой партии (рис.9).

Расходы на хранение и транспортировку

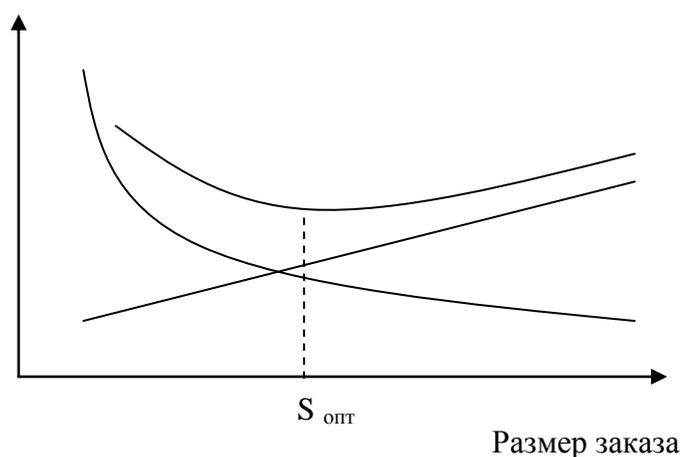


Рисунок 9 - Зависимость суммарных расходов на хранение и транспортировку от размера заказа.

Оптимальный размер заказа –  $S_{opt}$

Задача определения оптимального размера заказа, наряду с графическим методом, может быть решена и аналитически. Для этого необходимо найти уравнение суммарной кривой, продифференцировать его и приравнять вторую производную к нулю. В результате получим формулу Уилсона, позволяющую рассчитать оптимальный размер заказа:

$$S_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot O \cdot C_r}{C_x}}, \quad (7)$$

где  $S_{opt}$  – оптимальный размер заказываемой партии;

$O$  – величина оборота;

$C_T$  – издержки, связанные с доставкой;

$C_x$  – издержки, связанные с хранением.

Каждая из основных систем имеет определенный порядок действий. Различное сочетание элементов основных систем контроля уровня запасов может формировать множество различных систем контроля уровня запасов с учетом различных требований.

Подробнее

Например, система с установленной периодичность пополнения запасов до установленного уровня. В данной системе, как и в системе с фиксированной периодичностью заказа, входным параметром является период времени между заказами. В отличие от основной системы, она ориентирована на работу при значительных колебаниях потребления. Чтобы предотвратить завышение объемов запасов, содержащихся на складе, или их дефицит, заказы производятся не только в установленные моменты времени, но и при достижении запасом порогового уровня. Таким образом, рассматриваемая система включает в себя элемент системы с фиксированным интервалом времени между заказами (установленную периодичность оформления заказа) и элемент системы с фиксированным размером заказа (отслеживание порогового уровня запасов).

Другим вариантом производных систем контроля уровня запасов является система «минимум-максимум». Система «максимум-минимум» ориентированна на ситуацию, когда затраты на учет запасов и издержки на оформление заказа настолько значительны, что становятся соизмеримы с потерями от дефицита запасов. Поэтому в рассматриваемой системе заказы производятся не через каждый заданный интервал времени, а только при условии, что запасы на складе в этот момент оказались равными или меньше установленного минимального уровня. В случае выдачи заказа его размер рассчитывается так, чтобы поставка пополнила запасы до максимально

желаемого уровня. Таким образом, данная система работает лишь с двумя уровнями запасов – минимальным и максимальным.

Использование той или иной системы управления запасами зависит от следующих обстоятельств:

Если издержки управления запасами значительнее и их можно вычислить, то следует применять систему с фиксированным размером заказа.

Если издержки управления запасами незначительные, то более предпочтительной оказывается система с постоянным уровнем запасов.

При заказе товаров поставщик налагает ограничения на минимальный размер партии. В этом случае желательно использовать систему с фиксированным размером заказа, поскольку легче один раз скорректировать фиксированный размер партии, чем непрерывно регулировать его переменный заказ.

Однако, если налагаются ограничения, связанные с грузоподъемностью транспортных средств, то более предпочтительной является система с постоянным уровнем запасов.

Система с постоянным уровнем запасов более предпочтительна и в том случае, когда поставка товаров происходит в установленные сроки.

### ***Вопросы для самопроверки:***

1. Какова цель моделирования управления запасами?
2. В чем сто модели Уилсона
3. Какие модели управления запасами существуют?